

**М.А. Михеевская, Д.Д. Бурмистрова, Т.Н. Стородубцева,
В.В. Швецова, П.Б. Рябухин, Г.В. Григорьев, М.М. Иготти**

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
БРИКЕТИРОВАНИЯ ДРЕВЕСНЫХ ОТХОДОВ
С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОГО УПРОЧНЕНИЯ СЫРЬЯ**

Введение. Технологический процесс производства брикетов из отходов лесопереработки требует тонкой настройки прессового оборудования. Скорость, давление прессования, время выдержки под давлением подбираются для конкретного вида и состояния сырья индивидуально. Это, подчас, сопряжено с трудоемкими производственными экспериментами и длительной работой по наладке брикетной линии. Наличие теоретической базы позволяет существенно упростить процесс, сузив область поиска рациональных параметров прессования. По этой причине исследователи уделяют внимание моделированию воздействия рабочего органа на обрабатываемый материал. Известны результаты теоретической оценки механических свойств измельченной древесины и коры [Чибирев и др., 2017; Коршак и др., 2011; Ильющенко, 2012; Власов и др., 2020а]. Предложены модели, учитывающие упрочнение прессуемого сырья при уплотнении, построенные на основе вязкоупругих реологических моделей [Власов и др., 2020б; Бирман и др., 2020]. Получены результаты в области изучения вязко-упруго-пластических моделей прессуемого сырья; однако до настоящего времени модели ограничены линейным и квадратичным законами изменения предела пластичности материала по мере увеличения плотности [Куницкая и др., 2021; Помигуев и др., 2021; Хитров и др., 2019]. Дальнейшее развитие теоретического аппарата, вероятно, связано с разработкой и исследованием математических моделей сырья, механические свойства которого изменяются в соответствии с большим числом закономерностей. Цель исследования – унифицировать подход к построению модели прессования древесного материала и рассмотреть его упрочнение в соответствии со степенной зависимостью предела пластичности от плотности.

Методика исследования. Исследование строится на анализе результатов, полученных ранее в области математического моделирования прессования упрочняющихся древесных материалов. Реализация предлагаемых

зависимостей выполняется с использованием методов приближенного решения дифференциальных уравнений в системе компьютерной математики Maple.

Результаты исследования. За основу примем реологическую модель упруго-вязко-пластического тела, составленного из последовательно соединенных упругого (1), упруго-вязкого (2) и пластического (3) элементов. Зависимости напряжения-деформации элементов следующие [Куницкая и др., 2021; Помигуев и др., 2021; Хитров и др., 2019]:

$$E_1 \varepsilon_1 = \sigma, \quad (1)$$

$$E_2 \varepsilon_2 + \eta_2 \frac{d\varepsilon_2}{dt} = \sigma, \quad (2)$$

$$\eta_3 \frac{d\varepsilon_3}{dt} = (\sigma - \sigma_T) \text{Heaviside}(\sigma - \sigma_T), \quad (3)$$

где ε_1 , E_1 – относительная деформация и модуль упругости первого (упругого) элемента, σ – модуль упругости второго (упруго-вязкого) элемента; ε_2 , E_2 , η_2 – относительная деформация, модуль упругости и коэффициент вязкости второго (упруго-вязкого элемента); ε_3 , η_3 , σ_T – относительная деформация, коэффициент вязкости и предел пластичности третьего (вязко-пластического элемента); σ – нормальное напряжение; t – время.

В выражении (3) доопределим функцию Хевисайда в нуле:

$$\text{Heaviside}(\sigma - \sigma_T) = \begin{cases} 1, & \sigma - \sigma_T \geq 0, \\ 0, & \sigma - \sigma_T < 0 \end{cases} \quad (4)$$

При этом считаем, что предел пластичности связан с ε :

$$\sigma_T = \varphi(\varepsilon), \quad \varepsilon = g(t), \quad \sigma_T = f(t). \quad (5)$$

Суммарная деформация модели складывается из трех составляющих [Куницкая и др., 2021; Помигуев и др., 2021; Хитров и др., 2019]:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon. \quad (6)$$

Далее, дифференцируя выражения (1)–(4), получим уравнения:

$$E_1 \frac{d\varepsilon_1}{dt} = \frac{d\sigma}{dt}, \quad (7)$$

$$E_1 \frac{d^2 \varepsilon_1}{dt^2} = \frac{d^2 \sigma}{dt^2}, \quad (8)$$

$$E_2 \frac{d\varepsilon_2}{dt} + \eta_2 \frac{d^2\varepsilon_2}{dt^2} = \frac{d\sigma}{dt}, \quad (9)$$

$$\eta_3 \frac{d\varepsilon_3}{dt} = (\sigma - \sigma_T) \text{Heaviside}(\sigma - \sigma_T), \quad (10)$$

$$\eta_3 \frac{d^2\varepsilon_3}{dt^2} = \left(\frac{d\sigma}{dt} - \frac{d\sigma_T}{dt} \right) \text{Heaviside}(\sigma - \sigma_T), \quad (11)$$

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt} + \frac{d\varepsilon_3}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt}, \quad (12)$$

$$\frac{d^2\varepsilon_1}{dt^2} + \frac{d^2\varepsilon_2}{dt^2} + \frac{d^2\varepsilon_3}{dt^2} = \frac{d^2\varepsilon}{dt^2}. \quad (13)$$

Уравнения (1)–(3), (7)–(13) линейны относительно производных ε , σ по t , решение полученной системы приводит к дифференциальному уравнению второго порядка:

$$\begin{aligned} E_1 \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{E_1 E_2}{\eta_2} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d^2\sigma}{dt^2} + \frac{E_1 + E_2}{\eta_2} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \\ + \frac{E_1}{\eta_3} \left(\frac{d\sigma}{dt} - \frac{d\sigma_T}{dt} \right) \text{Heaviside}(\sigma - \sigma_T) + \\ + \frac{E_1 E_2}{\eta_2 \eta_3} (\sigma - \sigma_T) \text{Heaviside}(\sigma - \sigma_T). \end{aligned} \quad (14)$$

Решение уравнения (14) установит связь σ и ε , с точки зрения производственного процесса, это позволит оценить взаимосвязь плотности брикета, давления и времени прессования.

Для получения решения (14) следует задаться начальными условиями, значениями E , η и функциями (5).

Рассмотрим процесс брикетирования при управляемой скорости рабочего органа пресса $v_{\text{пресс}}$. Примем прямоугольную форму сечения брикета со сторонами a , b . Расчет будем вести для некоторого начального значения плотности брикета ρ_0 , при котором механические характеристики материала сравнительно невелики.

Относительную деформацию найдем по формуле

$$\varepsilon = \frac{\rho_0 a b}{m} \int_0^t v_{\text{пресс}} dt, \quad (15)$$

где m – масса брикета, $v_{\text{пресс}}$ – скорость рабочего органа пресса, в частности при постоянной скорости прессования:

$$\varepsilon = \frac{\rho_0 ab}{m} v_{\text{пресс}} t. \quad (16)$$

Плотность брикета в зависимости от времени найдем по формуле

$$\rho = \frac{m}{ab \left(\frac{m}{\rho_0 ab} - \int_0^t v_{\text{пресс}} dt \right)}. \quad (17)$$

Используем степенную зависимость предела пластичности от плотности:

$$\sigma_T = \alpha \rho^\beta, \quad (18)$$

где α , β – параметры, зависящие от свойств брикетируемого материала (состав, гранулометрический состав, температура, влажность).

На рис. 1 представлены результаты расчета ρ , σ_T при постоянной скорости прессования $v_{\text{пресс}} = 0,001$ м/с. Исходные данные для расчета: $m = 0,83$ кг, $\rho_0 = 500$ кг/м³, $a = 0,06$ м, $b = 0,01$ м, $\alpha = 3,949 \cdot 10^{-10}$, $\beta = 2,7197$ [Куницкая и др., 2021; Помигуев и др., 2021; Хитров и др., 2019].

Для иллюстрации результатов примем $E_1 = 10$ ГПа, $E_2 = 5E_1$, $\eta_2 = 1$ ГПа·с, $\eta_3 = 5\eta_2$. График численного решения уравнения (14) при $\sigma(0) = \frac{d\sigma}{dt} \Big|_{t=0} = 0$ приведен на рис. 2.

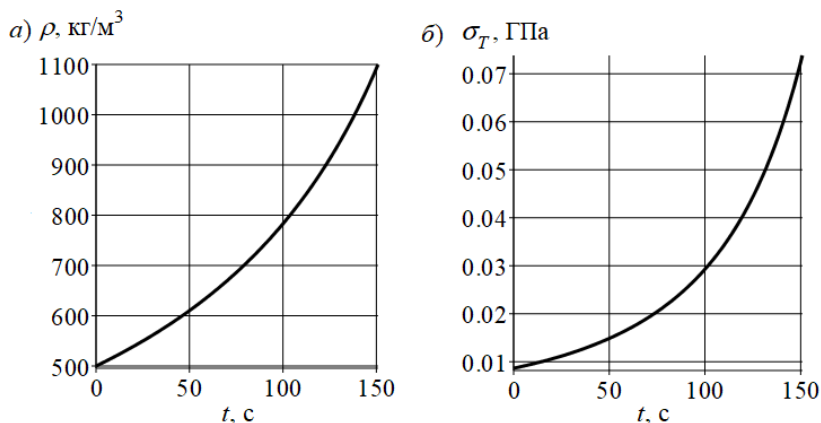


Рис. 1. Плотность брикета (а) и предел пластичности (б) (пример расчета)

Fig. 1. Briquette density (a) and its' plasticity limit (b) (calculation example)

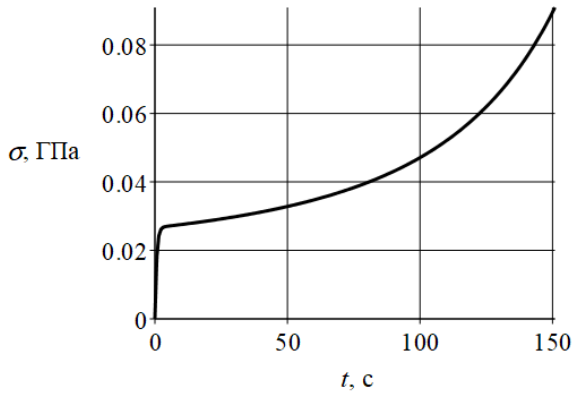


Рис. 2. Пример расчета напряжения сжатия при прессовании брикета с нелинейной зависимостью предела пластичности от плотности

Fig. 2. An example of calculating the normal stress during pressing a briquette with a nonlinear dependence of the plasticity limit on density

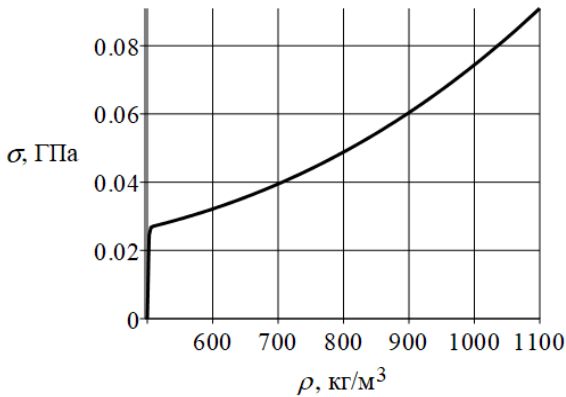


Рис. 3. Пример расчета напряжения сжатия в зависимости от плотности брикета

Fig. 3. An example of calculating the normal stress in depending on the density of the briquette

Выводы. Разработанная унифицированная модель позволяет прогнозировать напряжение, возникающее в брикетируемом древесном материале и, следовательно, оценивать давление прессования, требующееся для фор-

мирования брикета с заданной прочностью. Важно еще раз подчеркнуть структуру модели: замена уравнения для предела пластичности (18) либо его параметров не требует пересмотра всей ее структуры. Реализация численного решения уравнения (14) со включением степенной зависимости (18) в современной СКМ Maple не вызвала вычислительных сложностей. Таким образом, считаем, что исследование позволило развить теоретическое описание процесса брикетирования древесного сырья. В будущем считаем целесообразным провести дополнительные экспериментальные исследования с целью уточнения нелинейной зависимости предела пластичности от плотности и других физико-механических и качественных параметров обрабатываемого сырья.

Библиографический список

Бирман А.Р., Хитров Е.Г., Угрюмов С.А., Власов Ю.Н. Совершенствование производства круглых топливных брикетов из древесных опилок // Все материалы. Энциклопедический справочник. 2020. № 1. С. 41–46.

Власов Ю.Н. Теоретическое исследование влияния времени и скорости прессования на плотность брикетов из древесных опилок // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2019. № 227. С. 188–198.

Власов Ю.Н., Григорьев И.В., Куницкая О.А., Хитров Е.Г. Анализ исследований по тематике прессования древесных отходов // Resources and Technology. 2020а. № 2. С. 1–22.

Власов Ю.Н., Григорьев И.В., Куницкая О.А., Хитров Е.Г., Рунова Е.М. Моделирование физико-механических свойств сырья для производства топливных брикетов // Системы. Методы. Технологии. 2020а. № 2 (46). С. 40–46.

Ильющенко Д.А. Разработка технологии производства брикетов из отходов окорки : автореф. дис. СПб.: СПбГЛТУ, 2012

Коршаков А.В., Бирман А.Р., Онегин В.И., Хитров Е.Г. Брикетирование опилок на прессах ударного типа // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2011. № 197. С. 175–181.

Куницкая О.А., Помигуев А.В., Бурмистрова Д.Д., Тихонов Е.А. Теоретический анализ процесса брикетирования измельченных древесных материалов в условиях лесного терминала // Ремонт. Восстановление. Модернизация. 2021. № 9. С. 25–33.

Помигуев А.В., Куницкая О.А., Тихонов Е.А., Чжан С.А. Математическая модель брикетирования измельченных древесных материалов на лесных терминалах // Системы. Методы. Технологии. 2021. № 3 (51). С. 129–134.

Хитров Е.Г., Власов Ю.Н., Угрюмов С.А. Топливные брикеты из древесных опилок и математическое описание процесса их брикетирования // Все материалы. Энциклопедический справочник. 2019. № 10. С. 34–40.

Чибирев О.В., Власов Ю.Н., Кучер С.В., Куницкая О.А. Оценка упругих свойств конгломерата древесных частиц // Системы. Методы. Технологии. 2017. № 1 (33). С. 140–146.

References

Birman A.R., Khitrov E.G., Ugriumov S.A., Vlasov Iu.N. Sovershenstvovanie proizvodstva kruglykh toplivnykh briketov iz drevesnykh opilok [Improving the production of round fuel briquettes from sawdust]. *Vse materialy. Entsiklopedicheskii spravochnik*, 2020, no. 1, pp. 41–46. (In Russ.)

Vlasov Iu.N. Teoreticheskoe issledovanie vliianiia vremeni i skorosti pressovaniia na plotnost briketov iz drevesnykh opilok [Theoretical study of the influence of time and speed of pressing on the density of sawdust briquettes]. *Izvestiia Sankt-Peterburgskoi lesotekhnicheskoi akademii*, 2019, iss. 227, pp. 188–198. (In Russ.)

Vlasov Iu.N., Grigorev I.V., Kunitskaia O.A., Khitrov E.G. Analiz issledovaniia po tematike pressovaniia drevesnykh otkhodov [Analysis of research on the pressing of wood waste]. *Resources and Technology*, 2020a, no. 2, pp. 1–22. (In Russ.)

Vlasov Iu.N., Grigorev I.V., Kunitskaia O.A., Khitrov E.G., Runova E.M. Modelirovanie fiziko-mekhanicheskikh svoistv syria dlia proizvodstva toplivnykh briketov [Modeling of physical and mechanical properties of raw materials for the production of fuel briquettes]. *Sistemy. Metody. Tekhnologii*, 2020, no. 2 (46), pp. 40–46. (In Russ.)

Iliushenko D.A. Razrabotka tekhnologii proizvodstva briketov iz otkhodov okorki [Development of technology for the production of briquettes from debarking waste]: avtoref. dis. SPb.: SPbGLTU, 2012. (In Russ.)

Korshak A.V., Birman A.R., Onegin V.I., Khitrov E.G. Briketirovanie opilok na pressakh udarnogo tipa [Briquetting sawdust on impact presses]. *Izvestiia Sankt-Peterburgskoi lesotekhnicheskoi akademii*, 2011, no. 197, pp. 175–181. (In Russ.)

Kunitskaia O.A., Pomiguyev A.V., Burmistrova D.D., Tikhonov E.A. Teoreticheskii analiz protsessa briketirovaniia izmelchennykh drevesnykh materialov v usloviakh lesnogo terminala [Theoretical analysis of the process of briquetting of crushed wood materials in the conditions of the timber terminal]. *Remont. Vosstanovlenie. Modernizatsiia*, 2021, no. 9, pp. 25–33. (In Russ.)

Pomiguyev A.V., Kunitskaia O.A., Tikhonov E.A., Chzhan S.A. Matematicheskaiia model briketirovaniia izmelchennykh drevesnykh materialov na lesnykh terminalakh [Mathematical model of briquetting of crushed wood materials at timber terminals]. *Sistemy. Metody. Tekhnologii*, 2021, no. 3 (51), pp. 129–134. (In Russ.)

Khitrov E.G., Vlasov Iu.N., Ugriumov S.A. Toplivnye brikety iz drevesnykh opilok i matematicheskoe opisanie protsessa ikh briketirovaniia [Fuel briquettes from sawdust and mathematical description of the process of their briquetting]. *Vse materialy. Entsiklopedicheskii spravochnik*, 2019, no. 10, pp. 34–40. (In Russ.)

Chibirev O.V., Vlasov Iu.N., Kucher S.V., Kunitskaia O.A. Otsenka uprugikh svoistv konglomerata drevesnykh chastits [Estimation of the elastic properties of a conglomerate of wood particles]. *Sistemy. Metody. Tekhnologii*, 2017, no. 1 (33), pp. 140–146. (In Russ.)

Chibirev O.V., Kunitskaia O.A., Grigorev M.F. Raschet potrebnogo davleniia pressovaniia opilok pri formirovanii briketa [Calculation of the required pressure for pressing sawdust when forming a briquette]. *Remont. Vosstanovlenie. Modernizatsiia*, 2019a, no. 2, pp. 22–25. (In Russ.)

Материал поступил в редакцию 03.06.2021

Михеевская М.А., Бурмистрова Д.Д., Стородубцева Т.Н., Швецова В.В., Рябухин П.Б., Григорьев Г.В., Иготти М.М. Теоретическое исследование брикетирования древесных отходов с учетом нелинейного упрочнения сырья // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2022. Вып. 240. С. 175–185. DOI: 10.21266/2079-4304.2022.240.175-185

Исследование направлено на развитие теоретического описания процесса брикетирования древесного сырья. Цель исследования – унифицировать подход к построению модели прессования древесного материала как упруго-вязко-пластического тела и рассмотреть его упрочнение в соответствии со степенной зависимостью предела пластичности от плотности. Исследование строится на анализе результатов, полученных ранее в области математического моделирования прессования упрочняющихся древесных материалов. Реализация предлагаемых зависимостей выполняется с использованием методов приближенного решения дифференциальных уравнений в системе компьютерной математики Maple. Разработанная унифицированная модель позволяет прогнозировать напряжение, возникающее в брикетируемом древесном материале и, следовательно, оценивать давление прессования, требующееся для формирования брикета с заданной прочностью. Важной особенностью предлагаемой модели является то, что замена уравнения для предела пластичности либо его параметров не требует пересмотра всей ее структуры. Установлено, что реализация численного решения дифференциального уравнения связи напряжения и деформации упруго-вязко-пластического тела со включением нелинейной зависимости предела прочности в современной системе компьютерной математики Maple не вызвала вычислительных сложностей. Перспектива дальнейших исследований состоит в проведении дополнительных экспериментов с целью уточнения нелинейной зависимости предела пластичности от плотности и других физико-механических и качественных параметров обрабатываемого сырья.

Ключевые слова: предел пластичности, упруго-вязко-пластическое тело, нелинейность, степенная зависимость

Mikheevskaya M.A., Burmistrova D.D., Storodubtseva T.N., Shvetsova V.V., Ryabukhin P.B., Grigorev G.V., Igotti M.M. Theoretical study of wood waste briquetting taking into account nonlinear strengthening of the raw materials. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotekhnicheskoy Akademii*, 2022, iss. 240, pp. 175–185 (in Russian with English summary). DOI: 10.21266/2079-4304.2022.240.175-185

The study is aimed at developing the theoretical description of the process of briquetting wood raw materials. The purpose of this article is to unify the approach to building a model for pressing a wood material as an elastic-viscous-plastic body and consider its hardening in accordance with the power-law dependence of the plasticity limit on density. The study is based on the analysis of the results obtained earlier in the field of mathematical modeling of the pressing of hardening wood materials. The implementation of the proposed dependencies is carried out using the methods of approximate solution of differential equations in the Maple computer mathematics system. The developed unified model makes it possible to predict the stress that occurs in the briquetted wood material and, therefore, to estimate the pressing pressure required to form a briquette with a given strength. An important feature of the proposed model is that the replacement of the equation for the plasticity limit or its parameters does not require a revision of its entire structure. It has been established that the implementation of the numerical solution of the differential equation of the relationship between stress and strain of an elastic-viscous-plastic body with the inclusion of a nonlinear dependence of the ultimate strength in the modern Maple computer mathematics system did not cause computational difficulties. The prospect of further research is to conduct additional experiments in order to clarify the nonlinear dependence of the plasticity limit on density and other physical, mechanical and qualitative parameters of the processed raw materials.

Keywords: plasticity limit, elastic-viscous-plastic body, nonlinearity, power dependence

МИХЕЕВСКАЯ Марина Александровна – доцент кафедры технологии и транспортно-технологических машин Ухтинского государственного технического университета, кандидат технических наук. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0962-1490>

169300, ул. Первомайская, д. 13, г. Ухта, Республика Коми, Россия. E-mail: voronin.mary@yandex.ru

MIKHEEVSKAIA Marina A. – PhD (Technical), Associate Professor of the Department of Technology and Transport and Technological Machines of the Ukhta State Technical University. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0962-1490>

169300, Pervomaiskaya str. 13. Ukhta. Komi Republic. Russia. E-mail: voronin.mary@yandex.ru

БУРМИСТРОВА Дарья Денисовна – аспирант кафедры технологии лесозаготовительных производств Ухтинского государственного технического университета.

169300, ул. Первомайская, д. 13, г. Ухта, Республика Коми.

BURMISTROVA Daria D. – PhD student of the Department of Logging Technology, Ukhta State Technical University.

169300. Pervomaiskaya str. 13. Ukhta. Komi Republic.

СТОРОДУБЦЕВА Тамара Никаноровна – заведующий кафедрой промышленного транспорта, строительства и геодезии Воронежского государственного лесотехнического университета имени Г.Ф. Морозова, доктор технических наук. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4925-8542>

394043, ул. Тимирязева, д. 8, г. Воронеж, Россия. E-mail: tamara-tns@yandex.ru

STORODUBTSEVA Tamara N. – DSc (Technical), Head of the Department of Industrial Transport, Construction and Geodesy, Voronezh State Forest Engineering University named after G.F. Morozova. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4925-8542>

394043. Timiryazeva str. 8. Voronezh. Russia. E-mail: tamara-tns@yandex.ru

ШВЕЦОВА Виктория Викторовна – доцент кафедры начертательной геометрии и инженерной графики Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета, кандидат технических наук. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8566-2326>

190005, 2-я Красноармейская ул., д. 4, Санкт-Петербург, Россия. vikt.schvetzova2012@yandex.ru

SHVETSOVA Viktoria V. – PhD (Technical), Associate Professor of the Department of Descriptive Geometry and Engineering Graphics, St. Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8566-2326>

190005. 2nd Krasnoarmeyskaya str. 4. St. Petersburg. Russia. vikt.schvetzova2012@yandex.ru

РЯБУХИН Павел Борисович – профессор кафедры технологий лесопользования и ландшафтного строительства Тихоокеанского государственного университета, доктор технических наук. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1735-1942>

680033, ул. Тихоокеанская, д. 136, г. Хабаровск, Россия. E-mail: 000340@pnu.edu.ru

RIABUKHIN Pavel B. – DSc (Technical), Professor of the Department of Forest Management and Landscape Construction Technologies, Pacific State University. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1735-1942>

680033. Tikhookeanskaia str. 136. Khabarovsk. Russia. E-mail: 000340@pnu.edu.ru

ГРИГОРЬЕВ Глеб Владимирович – доцент кафедры промышленного транспорта Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова, кандидат технических наук. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6368-3967>.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: vtl-lta@mail.ru

GRIGOREV Gleb V. – PhD (Technical). associate professor of the Department of Industrial Transport of St.Petersburg State Forest Technical University. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6368-3967>.

194021. Institutskii per. 5. St. Petersburg. Russia. E-mail: vtl-lta@mail.ru

ИГОТТИ Марта Михайловна – аспирант кафедры технологии лесозаготовительных производств Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: tp_mlk@spbftu.ru

IGOTTI Marta M. – PhD student of the Logging Technology Department of St.PetersburgState Forest Technical University.

194021. Institutskii per. 5. St. Petersburg. Russia. E-mail: tp_mlk@spbftu.ru