

2. ТЕХНОЛОГИЯ И ОБОРУДОВАНИЕ ЛЕСОЗАГОТОВОК

УДК 630*37

**А.В. Андронов, Г.С. Тарадин, Д.В. Болотин, В.С. Никонов,
М.М. Иготти, С.С. Петросян, В.Е. Божбов**

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СЖАТИЯ УПРОЧНЯЮЩЕГОСЯ ГРУНТА ДЛЯ РАСЧЕТА КОЛЕЕОБРАЗОВАНИЯ В ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЯХ

Введение. Условия движения лесных машин отличаются многообразием. Возможны случаи работы техники на разнородных почвогрунтах, упрочняющихся по глубине, либо наоборот – с прочным верхним слоем, расположенным на сравнительно слабом подстилающем слое (например, задернованные поверхности болот [Куницкая и др., 2024a]). Кроме того, лесная техника работает на заснеженных лесосеках; рыхлый снег заметно уплотняется при образовании колеи, его механические свойства повышаются под воздействием движителя машины. Оба отмеченных случая представляют интерес как теоретический, так и практический. До настоящего времени слабо проработаны математические модели и научные положения теории движения лесных машин, раскрывающие характер взаимодействия движителей с упрочняющимися грунтами [Хитров и др., 2023; Куницкая и др., 2024b]. На практике отсутствие законченного научного описания осложняет обоснование параметров и режимов работы движителей машин, совместимых с подобными почвенно-грунтовыми условиями, затрудняет подбор проходимой лесной техники.

Целью работы является разработка и исследование математических моделей образования колеи, учитывающих переменный характер механических свойств грунтов, находящихся под воздействием движителей лесных машин.

Методы исследования. Исследование основано на положениях механики грунтов и теории движения лесных машин. При разработке математических моделей использованы классические методы математического анализа и приближения функций. Реализация моделей выполнена на языке программирования Python.

Результаты исследования. Вначале изложим общую постановку задачи. Известно [Агейкин, 1981], что суммарная линейная деформация слоя грунта мощностью H определяется в результате интегрирования функции сжатия элементарных слоев грунта по глубине:

$$c = \int_0^{H-c} dc, \quad (1)$$

где абсолютная величина сжатия элементарного слоя dc [Агейкин, 1981]:

$$dc = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} dz, \quad (2)$$

где ε – относительная деформация сжатия; z – вертикальная координата, отсчитываемая от поверхности вглубь массива грунта.

Как правило, рассматривается линейная составляющая, относительная деформация ε принимается линейной функцией напряжения сжатия:

$$\varepsilon = E\sigma, \quad (3)$$

где E – характеристика податливости грунта; σ – сжимающее напряжение, затухающее по глубине грунта, $\sigma = \sigma(z) = \sigma_z$ [Агейкин, 1981]:

$$\sigma_z = \frac{q}{1 + fz^2}, \quad (4)$$

где f – коэффициент, характеризующий кривую затухания напряжения по глубине грунта, связанный с геометрией пятна контакта; q – параметр воздействия движителя на грунт:

$$q = Jp, \quad (5)$$

где J – коэффициент, учитывающий форму и соотношение сторон пятна контакта; p – среднее давление движителя по пятну контакта.

Выражение для податливости K в общем виде:

$$K = \frac{1}{E \cdot \omega}, \quad (6)$$

где ω – множитель, позволяющий учесть реологическую модель грунта. Например, для модели Максвелла, K вводится по формуле [Агейкин, 1981]:

$$K = \frac{1}{E \cdot \left(1 + e^{-t \frac{E_0}{\eta}} \right)}, \quad (7)$$

где t – время воздействия движителя на грунт, E_d – длительный модуль деформации грунта, η – реологический параметр грунта (вязкость), тогда в формуле (6) следует записать

$$\omega = 1 + e^{-t \frac{E_0}{\eta}}. \quad (8)$$

Теперь, для получения новых результатов, положим, что модуль E изменяется по глубине в соответствии с зависимостью:

$$E_z = \frac{E}{1 + \kappa z^k}, \quad (9)$$

где k – целое число; κ – числовой коэффициент.

Параметры k , κ подбираются таким образом, чтобы функция E_z соответствовала экспериментальным данным. Подбор параметров позволит моделировать как увеличение значения модуля по глубине, по характеру близкое к линейному, так и снижение (например, для случая движения по задернованному болоту, что соответствует особо сложным условиям работы лесных машин).

В результате интегрирования (1), с учетом (2)–(4) при выражении модуля E по (9) получим следующие уравнения. При $k = 0$ свойства грунта неизменны по глубине:

$$c = \frac{Kq}{c_0} \arctg\left(\frac{(H - c)f}{c_0}\right), \quad (10)$$

для удобства записи в формуле обозначено:

$$c_0 = \sqrt{(1 - Kq)f}; \quad (11)$$

при $k = 1$ изменение свойств по характеру близко к линейному:

$$c = \frac{K^2 \kappa^2 q^2 + 2Kqf}{c_1 f} \left(\arctg \frac{K\kappa q}{c_1} + \arctg \frac{2f(H - c) - K\kappa q}{c_1} \right) + \frac{K\kappa q}{2f} \ln \frac{K\kappa q(H - c) - f(H - c)^2 + Kq - 1}{Kq - 1}, \quad (12)$$

где обозначено:

$$c_1 = \sqrt{-K^2 \kappa^2 q^2 - 4Kqf + 4f}; \quad (13)$$

при $k = 2$ наблюдается более резкое изменение свойств грунта по глубине:

$$c = \frac{Kq(f - \kappa)}{c_2(K\kappa q - f)} \arctg \frac{(K\kappa q - f)(H - c)}{c_2} - \frac{K\kappa q(H - c)}{K\kappa q - f}, \quad (14)$$

где обозначено:

$$c_2 = \sqrt{(Kq - 1)(K\kappa q - f)}. \quad (15)$$

Формулы (12), (14), очевидно, переходят в (10) при $\kappa = 0$. Аналитические выражения (12), (14) в элементарных функциях получены нами впервые, учитывают как постепенное, так и возможное более резкое изменение механических свойств грунта по глубине и позволяют проводить вычислительные эксперименты с математической моделью взаимодействия движителя машины с грунтом в особо сложных условиях, таких как задержанные лесные почвогрунты на заболоченных участках.

Уточним положения теории взаимодействия движителей лесных машин с грунтами, касающиеся случаев, когда упрочнение происходит непосредственно в процессе взаимодействия с движителем ввиду изменения плотности грунта.

Например, при движении машины по глубокому снегу происходит его уплотнение при образовании колеи под движителем, что существенно изменяет физическую картину процесса. Очевидно, что в процессе образования колеи использовать постоянное значение модуля E неверно, о чем неоднократно упоминалось ранее [Хитров и др., 2023]. Это обстоятельство учитывалось ранее, однако решения (1) в элементарных функциях в научной литературе представлены лишь для частных случаев линейного упрочнения [Петросян и др., 2022].

Рассмотрим случай, когда модуль деформации E является линейной функцией плотности. Тогда, с учетом соотношения относительной деформации ε и плотности ρ , и выражения для коэффициента податливости K , получим:

$$\varepsilon_z = (1 - \varepsilon_z) K \sigma_z, \quad (16)$$

Такое выражение можем использовать при изучении показателей работы техники, например, в условиях линейно упрочняющихся торфяников.

Для случаев квадратичного упрочнения по плотности, например, для снега, запишем:

$$\varepsilon_z = (1 - \varepsilon_z)^2 K \sigma_z. \quad (17)$$

Отметим, что вопрос об изменении реологического параметра ω , использующегося в (6), при уплотнении грунта потребует дальнейших обширных экспериментальных исследований.

Решение (16) относительно ε_z очевидно:

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z K}{1 + \sigma_z K}. \quad (18)$$

Интегрирование (1) в таком случае приводит к следующему уравнению:

$$c = \frac{Kq}{\sqrt{f}} \arctg((H - c)\sqrt{f}), \quad (19)$$

решение которого позволяет найти c при допущении о линейном упрочнении грунта.

Для уравнения (17) из двух корней уравнения следует выбрать следующий:

$$\varepsilon_z = \frac{2K\sigma_z + 1 - \sqrt{4K\sigma_z + 1}}{2K\sigma_z}, \quad (20)$$

поскольку для второго корня $\varepsilon_z = \frac{2K\sigma_z + 1 + \sqrt{4K\sigma_z + 1}}{2K\sigma_z} > 1$, что противоречит физическому смыслу задачи.

Использование выражения (20) в представленном виде при интегрировании (1) приводит к следующему выражению для интеграла $\int \frac{\varepsilon_z}{1 - \varepsilon_z} dz$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_z = \int \frac{\varepsilon_z}{1 - \varepsilon_z} dz = & -\frac{2Kq}{\sqrt{-f}} F\left(z\sqrt{-\frac{f}{4qK+1}}, \sqrt{4qK+1}\right) - \\ & - \frac{1}{2\sqrt{-f}} E\left(z\sqrt{-\frac{f}{4qK+1}}, \sqrt{4qK+1}\right) + \frac{z}{2}, \end{aligned} \quad (21)$$

где $F(k, t)$, $E(k, t)$ – соответственно неполный эллиптический интеграл I и II рода:

$$F(x, k) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1-t^2}\sqrt{1-k^2t^2}} dt, \quad E(x, k) = \int_0^x \frac{\sqrt{1-k^2t^2}}{\sqrt{1-t^2}} dt, \quad (22)$$

где $x = z\sqrt{-\frac{f}{4qK+1}}$, $k = \sqrt{4qK+1}$.

При современном уровне развития программного обеспечения «точечное» вычисление интегралов (21) не представляет существенных сложностей. Однако, поскольку выражение для c служит основой уравнения для расчета фактической деформации опорной поверхности h и оценки сопротивления движению, для реализации дальнейших вычислительных экспериментов потребуется выражение c , заданное в элементарных функциях.

Для разрешения этого обстоятельства разложим (21) в ряд Тейлора в точке $z = z_0$:

$$\epsilon_z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\epsilon_{z|z=z_0}^{(k)}}{k!} (z - z_0)^k, \quad (23)$$

причем член ряда при $k = 0$ содержит в себе интегралы вида (21).

Далее обозначим:

$$\epsilon_z = \epsilon_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \epsilon_k (z - z_0)^k, \quad (24)$$

где коэффициент $\epsilon_0 = \epsilon_{z|z=z_0}$ не зависит от z и может быть либо вычислен однократно, либо представлен приближенным разложением в ряд, например,

$\epsilon_0 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\epsilon_{z|z=z_0}^{(k)}}{k!} z_0^k$. Последующие коэффициенты при $k \geq 1$, равные

$\epsilon_k = \frac{\epsilon_{z|z=z_0}^{(k)}}{k!}$, записываются в элементарных функциях и не зависят от z .

Ограничиваясь n членами ряда, запишем уравнение для c :

$$c = \epsilon_0 + \sum_{k=1}^n \epsilon_k (H - c - z_0)^k. \quad (25)$$

Точку z_0 определим из следующих соображений. Учтем, что, согласно теореме о представлении остаточного члена разложения:

$$R_n = \frac{\epsilon_z^{(n+1)} (z - z_0)^{n+1}}{(n+1)!} (z_0 - \theta \cdot (z - z_0)), \quad 0 < \theta < 1, \quad (26)$$

и далее определим z_0 из условия:

$$z_0 = \arg \min \left(\max \frac{1}{H} \int_0^H (z - z_0)^{n+1} (z_0 - \theta \cdot (z - z_0)) dz \right), \quad (27)$$

что соответствует $z_0 = H/2$.

Например, при $n = 3$ получим:

$$c = \epsilon_0 + \sum_{k=1}^3 \epsilon_k \left(\frac{H}{2} - c \right)^k, \quad (28)$$

где

$$\epsilon_1 = \frac{fH^2 + 16qK + 4 - \sqrt{fH^2 + 16qK + 4} \sqrt{fH^2 + 4}}{2\sqrt{fH^2 + 16qK + 4} \sqrt{fH^2 + 4}}, \quad (29)$$

$$\epsilon_2 = -\frac{16HKqf}{2\sqrt{fH^2 + 16qK + 4}(fH^2 + 4)^{\frac{3}{2}}}, \quad (30)$$

$$\epsilon_3 = \frac{32\left(3f^2H^4 + 32\left(qK + \frac{1}{4}\right)H^2f - 64qK - 16\right)Kqf}{(fH^2 + 16qK + 4)^{\frac{3}{2}}(fH^2 + 4)^{\frac{5}{2}}}, \quad (31)$$

и различия результатов расчетов с использованием (21) и (28) становятся практически не различимы.

Формулы (19) и (28) записаны в элементарных функциях, получены нами впервые и предназначены для расчета деформации сжатия грунта, модуль деформации которого соответственно линейно и квадратично зависит от плотности при проведении вычислительных экспериментов по изучению показателей взаимодействия движителей лесных машин с опорными поверхностями в виде, соответственно, торфа и снега.

Фактическая глубина колеи определяется как решение уравнения:

$$h = k_{ps}c, \quad (32)$$

где p_s – несущая способность опорной поверхности [Ларин, 2007; Дмитриев и др., 2024]:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_s = p_{s0}\alpha_z \\ p_{s,0} = 0,5J_1N_1b\gamma + N_2\gamma h + J_3N_3C \\ J_1 = \frac{l}{l+0,4b}, \quad J_3 = \frac{l+b}{l+0,5b} \\ N_1 = \frac{1-\text{III}^4}{\text{III}^5}, \quad N_2 = \frac{1}{\text{III}^2}, \quad N_3 = \frac{2 \cdot (1+\text{III}^2)}{\text{III}^3}, \quad \text{III} = \text{tg} \frac{\pi-2\varphi}{4} \\ \alpha_z = 1 + h \cdot \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}b \text{tg} \varphi \cos \frac{3\varphi}{4} \exp\left[\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\varphi}{4}\right) \text{tg} \frac{3\varphi}{4}\right]}{2H \cdot \left(H - h - 0,25 \frac{\sqrt{2}}{2}b \text{tg} \varphi \cos \frac{3\varphi}{4} \exp\left[\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\varphi}{4}\right) \text{tg} \frac{3\varphi}{4}\right]\right)}, \end{array} \right. \quad (33)$$

где $p_{s,0}$ – несущая способность почвогрунта без учета мощности деформируемого слоя; α_z – коэффициент учета мощности деформируемого слоя почвогрунта; J_1, J_3 – коэффициенты, учитывающие соотношение усредненной длины и ширины пятна контакта; N_1, N_2, N_3 – коэффициенты, учитывающие

фрикционные свойства почвогрунта; B_1, B_3 – коэффициенты, учитывающие отклонения угла вектора результирующей нагрузки от нормали к поверхности контакта; l, b – соответственно длина и ширина пятна контакта.

Коэффициент сопротивления движению находится расчетным путем, численным интегрированием функции $p(h) = p_h$ для заданного значения p [Зорин и др., 2022]:

$$\varphi = \frac{1}{pl} \int_0^h p_h dh. \tag{34}$$

Для иллюстрации результатов воспользуемся квадратичной функцией, полученной на основе приближения справочных сведений [Ларин, 2007]:

$$E = a_E \rho^2, \tag{35}$$

где ρ – начальная плотность снега (кг/м³).

Степенные функции $\varphi = \varphi(E), C = C(E)$:

$$\varphi = a_\varphi E^{b_\varphi}, \tag{36}$$

$$C = a_C E^{b_C}, \tag{37}$$

Коэффициенты функций (35)–(37) для трех диапазонов изменения температуры снега приведены в табл. 1 [Ларин, 2007].

Таблица 1

Коэффициенты для расчета механических свойств снега

Coefficients for mechanical properties of snow estimation

Температура	$E = E(\rho), \text{ МПа}$		$\varphi = \varphi(E)$		$C = C(E), \text{ МПа}$	
	a_E	b_E	a_φ	b_φ	a_C	b_C
$T = -1 \dots -3 \text{ }^\circ\text{C}$	15,941	2	19,657	0,1365	0,0021	1,0698
$T = -4 \dots -22 \text{ }^\circ\text{C}$	21,023	2	22,583	0,0892	0,0013	1,5762
$T \leq -22 \text{ }^\circ\text{C}$	26,662	2	24,353	0,0927	0,0023	1,4585

Расчеты проиллюстрированы на рис. 1 для температуры $T = -4 \dots -22 \text{ }^\circ\text{C}$. Параметры модели: $b = 0,7 \text{ м}$; $l = 0,665 \text{ м}$; $k_{ps} = 0,7 \exp(p/p_s)^{2,5}$; $J = 0,98$; $f = 1,088$; $H = 1,0 \text{ м}$ [Должиков и др., 2024; Куницкая и др., 2024а] (движение колесной лесной машины по глубокому рыхлому снегу). Расчет выполнен в подготовленной и зарегистрированной нами программе [Андронов и др., 2024].

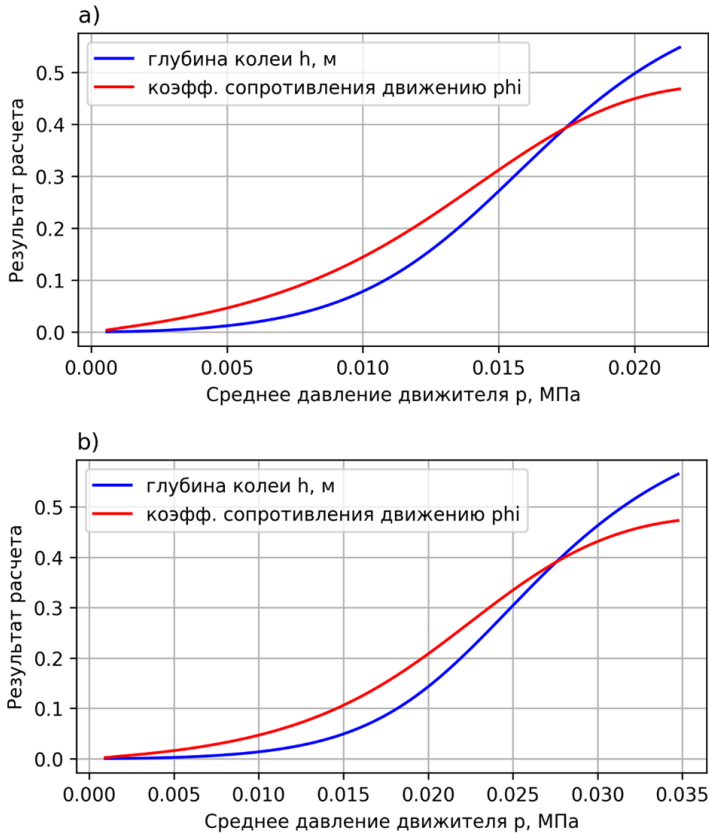


Рис. 1. Глубина колеи и коэффициент сопротивления движению:
а) начальная плотность снега 100 kg/m^3 , б) начальная плотность снега 150 kg/m^3

Fig. 1. Rut depth and the rolling resistance coefficient estimates:
а) initial snow density 100 kg/m^3 , б) initial snow density 150 kg/m^3

Закключение. На основе решения уравнения образования колеи впервые получены аналитические выражения в элементарных функциях, учитывающие как постепенное, так и возможное более резкое изменение механических свойств грунта по глубине. Уравнения (12), (14) позволят проводить вычислительные эксперименты с математической моделью взаимодействия движителя машины с грунтом в особо сложных условиях, представленных задернованными грунтами (более прочный верхний слой на слабонесущем подстилающем слое).

В результате решения уравнения образования колеи получены выражения в элементарных функциях, учитывающие повышение оценок механических свойств опорной поверхности (упрочнение). Формулы (19) и (28) предназначены для расчета показателей взаимодействия движителей лесных машин, работающих в особо сложных условиях, с опорными поверхностями, представленными линейно упрочняющимися торфяниками и квадратично упрочняющимся рыхлым снегом.

Вклад авторов: Андронов А.В.: разработка математических моделей (50%); Тарадин Г.С.: программная реализация (5%); Болотин Д.В.: программная реализация (10%); Никонов В.С.: программная реализация (10%); Иготти М.М.: программная реализация (10%); Петросян С.С.: программная реализация (10%); Божбов В.Е.: программная реализация (5%).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Библиографический список

- Агейкин Я.С. Проходимость автомобилей. М.: Машиностроение, 1981. 232 с.
- Андронов А.В., Болотин Д.В., Хитров Е.Г., Никонов В.С. Проходимость и технологическая эффективность лесных машин в особо сложных почвенно-грунтовых условиях. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2024681626, 11.09.2024. Заявка от 27.08.2024.
- Дмитриев А.С., Должииков И.С., Куницкая О.А., Хитров Е.Г., Дьяченко В.М., Швецов А.С. Теоретическое обоснование параметров движителя колесно-гусеничной лесной машины // Системы. Методы. Технологии. 2024. № 1 (61). С. 163–170.
- Должииков И.С., Курочкин П.А., Хитров Е.Г., Дьяченко В.М., Михайлова Л.М., Григорьев И.В., Ревяко С.И. Интеллектуальный анализ параметров и классификация лесных и сельскохозяйственных колесных тракторов // Системы. Методы. Технологии. 2024. № 2 (62). С. 87–94.
- Зорин М.В., Петросян С.С., Куницкая О.А., Макуев В.А., Долматов Н.П., Григорьев И.В., Хитров Е.Г. Исследование максимальной оценки коэффициента сцепления движителя с опорной поверхностью // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2022. Вып. 239. С. 191–201.
- Куницкая О.А., Должииков И.С., Хитров Е.Г., Курочкин П.А., Григорьев И.В. Природно-производственные условия применения средств малой механизации для малообъемного лесопользования и лесохозяйственных работ // Свидетельство о регистрации базы данных RU 2024622845, 28.06.2024а. Заявка от 13.06.2024.
- Куницкая О.А., Должииков И.С., Хитров Е.Г., Михайлова Л.М., Григорьев И.В. Расчет глубины колеи, тягово-сцепных свойств и проходимости движителей малогабаритных лесных машин // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2024664937, 26.06.2024б. Заявка от 13.06.2024.
- Ларин В.В. Методы прогнозирования и повышения опорной проходимости многоосных колесных машин на местности: дисс. ... д-ра техн. наук. М.: Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, 2007. 607 с.

Петросян С.С., Отмахов Д.В., Алексеенко В.Г., Ревяко С.И., Егорин А.А., Хитров Е.Г. Модель образования колеи на линейно упрочняющемся грунте при периодической нагрузке // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2022. Вып. 238. С. 88–98.

Хитров Е.Г., Должииков И.С., Дмитриев А.С., Каляшов В.А., Григорьев И.В., Григорьева О.И. Расчет коэффициента сцепления колесного движителя лесной машины с почвогрунтом // ИВУЗ. Лесной журнал. 2023. № 5 (395). С. 126–134.

References

Ageikin Ya.S. Vehicles' off-the-road locomotion. M.: Mashinostroenie, 1981. 232 p. (In Russ.)

Andronov A.V., Bolotin D.V., Khitrov E.G., Nikonov V.S. Cross-country ability and technological efficiency of forestry machines in particularly difficult soil and ground conditions. Certificate of registration of the computer program RU 2024681626, 09.11.2024. Application dated 08.27.2024. (In Russ.)

Dmitriev A.S., Dolzhikov I.S., Kunitskaya O.A., Khitrov E.G., Dyachenko V.M., Shvetsov A.S. Theoretical substantiation of the parameters of the propulsion unit of a wheeled and tracked forestry machine. *Systems. Methods. Technologies*, 2024, no. 1 (61), pp. 163–170. (In Russ.)

Dolzhikov I.S., Kurochkin P.A., Khitrov E.G., Dyachenko V.M., Mikhailova L.M., Grigoryev I.V., Revyako S.I. Intelligent analysis of parameters and classification of forestry and agricultural wheeled tractors. *Systems. Methods. Technologies*, 2024, no. 2 (62), pp. 87–94. (In Russ.)

Khitrov E.G., Dolzhikov I.S., Dmitriev A.S., Kalyashov V.A., Grigoryev I.V., Grigoryeva O.I. Calculation of the coefficient of adhesion of the wheeled vehicle of a forestry machine with soil. *IVUZ. Forestry magazine*, 2023, no. 5 (395), pp. 126–134. (In Russ.)

Kunitskaya O.A., Dolzhikov I.S., Khitrov E.G., Kurochkin P.A., Grigoriev I.V. Natural and production conditions for the use of low-mechanization tools for small-scale forest management and forestry work. Certificate of database registration RU 2024622845, 06.28.2024a. Application dated 06.13.2024. (In Russ.)

Kunitskaya O.A., Dolzhikov I.S., Khitrov E.G., Mikhailova L.M., Grigoryev I.V. Calculation of track depth, traction properties and cross-country ability of small-sized forestry vehicles. Certificate of computer program registration RU 2024664937, 06/26/2024b. Application dated 06/13/2024. (In Russ.)

Larin V.V. Methods for predicting and improving the support cross-country ability of multi-axle wheeled vehicles on the terrain: diss. ... Doct. of Techn. Sci. M.: Bauman Moscow State Technical University, 2007. 607 p. (In Russ.)

Petrosyan S.S., Otmakhov D.V., Alekseenko V.G., Revyako S.I., Egorin A.A., Khitrov E.G. Model of rutting on linearly hardening soil under periodic loading. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotekhnicheskoy Akademii*, 2022, iss. 238, pp. 88–98. (In Russ.)

Zorin M.V., Petrosyan S.S., Kunitskaya O.A., Makuev V.A., Dolmatov N.P., Grigoryev I.V., Khitrov E.G. Study of the maximum estimate of the coefficient of adhesion of the vehicle to the supporting surface. Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotekhnicheskoy Akademii, 2022, iss. 239, pp. 191–201. (In Russ.)

Материал поступил в редакцию: 08.05.2024

Андронов А.В., Тарадин Г.С., Болотин Д.В., Никонов В.С., Иготти М.М., Петросян С.С., Божбов В.Е. Математические модели сжатия упрочняющегося грунта для расчета колееобразования в элементарных функциях // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2024. Вып. 251. С. 245–259. DOI: 10.21266/2079-4304.2024.251.245–259

До настоящего времени слабо проработаны математические модели и научные положения теории движения лесных машин, раскрывающие характер взаимодействия движителей с упрочняющимися грунтами. На практике отсутствие законченного научного описания осложняет обоснование параметров и режимов работы движителей машин, совместимых с подобными почвенно-грунтовыми условиями, затрудняет подбор проходимой лесной техники. Целью статьи является разработка и исследование математических моделей образования колеи, учитывающих переменный характер механических свойств грунтов, находящихся под воздействием движителей лесных машин. Исследование основано на положениях механики грунтов и теории движения лесных машин. При разработке математических моделей использованы классические методы математического анализа и приближения функций. На основе решения уравнения образования колеи впервые получены аналитические выражения в элементарных функциях, учитывающие как постепенное, так и возможное более резкое изменение механических свойств грунта по глубине. Полученные уравнения позволят проводить вычислительные эксперименты с математической моделью взаимодействия движителя машины с грунтом в особо сложных условиях, представленных задернованными грунтами (более прочный верхний слой на слабонесущем подстилающем слое). В результате решения уравнения образования колеи получены выражения в элементарных функциях, учитывающие повышение оценок механических свойств опорной поверхности под воздействием движителя (упрочнение). Формулы получены впервые и предназначены для расчета показателей взаимодействия движителей лесных машин, работающих в особо сложных условиях, с опорными поверхностями, представленными линейно упрочняющимися торфяниками и квадратично упрочняющимся рыхлым снегом. Реализация моделей выполнена на языке программирования Python. Приведены результаты расчета глубины колеи, образующейся на рыхлом снеге, при движении колесной лесной машины, а также оценки коэффициента сопротивления движению.

Ключевые слова: колееобразование, сопротивление движению, снег, торфяники, задернованные поверхности, лесные почвогрунты.

Andronov A.V., Taradin G.S., Bolotin D.V., Nikonov V.S., Igotti M.M., Petrosyan S.S., Bozhbov V.E. Mathematical models of strengthening ground compaction for rutting estimation eliminated in elementary functions. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotekhniceskoj Akademii*, 2024, iss. 251, pp. 245–259 (in Russian with English summary). DOI: 10.21266/2079-4304.2024.251.245-259

Mathematical models and scientific basics of the theory of forestry machines locomotion, revealing the nature of interaction of forestry vehicles with strengthening soils, have been poorly developed. In practice, the lack of a complete scientific description complicates substantiation of the parameters and operating modes of the vehicles compatible with strengthening soil and ground conditions and makes it difficult to select passable forestry equipment. The objective of the article is to develop and study mathematical models of rutting that take into account the variable nature of the mechanical properties of soils under the influence of movers of forestry machines. The study bases on the provisions of soil mechanics and the theory of locomotion of forestry machines. In the development of mathematical models classical methods of mathematical analysis and approximation of functions were used. Based on the solution of the rutting equation analytical expressions in elementary functions were obtained for the first time, taking into account both gradual and possible more abrupt changes in the mechanical properties of the soil with depth. The obtained expressions will allow conducting computational experiments with a mathematical model of the interaction of the machine propeller with the soil in particularly difficult conditions represented by sodded soils (a stronger upper layer on a weakly bearing underlying layer). Also, as a result of solving the rut formation equation, expressions were obtained in elementary functions, taking into account the increase in the estimates of the mechanical properties of the bearing surface under the influence of the vehicle (strengthening). The formulas were obtained for the first time and are intended for calculating the indicators of the interaction of forestry machine vehicles operating in especially difficult conditions with bearing surfaces of linearly hardening peatlands and quadratically strengthening loose snow. The models were implemented in Python programming language. The results of calculating the rut depth formed on loose snow when a wheeled forestry machine is moving, as well as estimates of the coefficient of the rolling resistance are presented.

Key words: rutting, rolling resistance, snow, peatland, greensword surfaces, forest soils.

АНДРОНОВ Александр Вячеславович – доцент кафедры лесного машиностроения, сервиса и ремонта Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова, кандидат технических наук. SPIN-код: 8345-3722. ORCID: 0000-0002-1035-9231.

194021, Институтский пер., д. 5, лит. У, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: andronovalexandr@gmail.com

ANDRONOV Aleksandr V. – PhD (Technical), Associate Professor of the Department of Forestry Machinery, Service and Repair of S.M. Kirov St.Petersburg State Forest Technical University. SPIN-code: 8345-3722. ORCID: 0000-0002-1035-9231.

194021, Institute per. 5. Let. U. St. Petersburg. Russia. E-mail: andronovalexandr@gmail.com

ТАРАДИН Григорий Сергеевич – доцент кафедры лесного машиностроения, сервиса и ремонта Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова, кандидат технических наук. SPIN-код: 5247-6595.

194021, Институтский пер., д. 5, лит. У, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: grisha190@mail.ru

TARADIN Grigory S. – PhD (Technical), Associate Professor of Forestry engineering, service and repair department, St.Petersburg State Forest Technical University. SPIN-code: 5247-6595.

194021, Institute per. 5. Let. U. St. Petersburg. Russia. E-mail: grisha190@mail.ru

БОЛОТИН Даниил Викторович – аспирант кафедры лесного машиностроения, сервиса и ремонта Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова. ORCID: 0009-0008-4015-9661.

194021, Институтский пер., д. 5, лит. У, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: bolotin97@internet.ru

BOLOTIN Daniil V. – PhD student of the Department of Forestry Machinery, Service and Repair of the St.Petersburg State Forest Technical University. ORCID: 0009-0008-4015-9661.

194021, Institute per. 5. Let. U. St. Petersburg. Russia. E-mail: bolotin97@internet.ru

НИКОНОВ Виталий Сергеевич – аспирант кафедры лесного машиностроения, сервиса и ремонта Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова.

194021, Институтский пер., д. 5, лит. У, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: nikonov99@outlook.com

NIKONOV Vitaliy S. – PhD student of the Department of Forestry Machinery, Service and Repair of the St.Petersburg State Forest Technical University.

194021, Institute per. 5. Let. U. St. Petersburg. Russia. E-mail: nikonov99@outlook.com

ПЕТРОСЯН Сурен Сергеевич – аспирант кафедры автоматизации, метрологии и управления в технических системах Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова. ORCID: 0009-0007-6224-9900.

194021, Институтский пер., д. 5, лит. У, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: surik1622@gmail.com

PETROSYAN Suren S. – PhD student of the Department of Automation, Metrology and Management in Technical Systems of the St.Petersburg State Forest Technical University. ORCID: 0009-0007-6224-9900.

194021, Institute per. 5. Let. U. St. Petersburg. Russia. E-mail: surik1622@gmail.com

ИГОТТИ Марта Михайловна – аспирант кафедры автоматизации, метрологии и управления в технических системах Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова.

194021, Институтский пер., д. 5, лит. У, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: m.igotti@mail.ru

IGOTTI Marta M. – PhD student of the Department of Automation, Metrology and Management in Technical Systems of the St.Petersburg State Forest Technical University.

194021, Institute per. 5. Let. U. St. Petersburg. Russia. E-mail: m.igotti@mail.ru

БОЖБОВ Владимир Евгеньевич – доцент кафедры геодезии, землеустройства и кадастров Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова, кандидат технических наук. ORCID: 0000-0003-0881-2911. SPIN-код: 1820-4686.

194021, Институтский пер., д. 5, лит. У, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: v-b@mail.ru

BOZHBOV Vladimir E. – PhD (Technical), Associate Professor of the Department of Geodesy, Land Management and Cadastre of the St.Petersburg State Forest Technical University. ORCID: 0000-0003-0881-2911. SPIN-code: 1820-4686.

194021, Institute per. 5. Let. U. St. Petersburg. Russia. E-mail: v-b@mail.ru