

3. ТЕХНОЛОГИЯ И ОБОРУДОВАНИЕ ЛЕСОЗАГОТОВОВОК

УДК 631.3/621-01

Е.Н. Власов

УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ ТРАНСПОРТНОГО РОБОТА ДЛЯ ЛЕСОПРОМЫШЛЕННОГО КОМПЛЕКСА

Введение. Главным стимулом для внедрения роботизированных технологий на российских предприятиях лесопромышленного комплекса (ЛПК) должно стать значительное повышение производительности труда. Роботизированные технологии помогают сохранить безостановочное производство, выполнять сложные, трудоёмкие и энергозатратные производственные операции 24 часа в сутки, улучшить условия труда на производстве.

Кроме того, роботизация могла бы помочь отрасли справиться с теми вызовами, с которыми сегодня сталкивается отечественный ЛПК в условиях ограничения экспорта древесины. Важной темой становится переориентация предприятий на более глубокую переработку древесины в целях создания продукта с высокой добавленной стоимостью. Исключение возможности человеческой ошибки, скорость и точность выполнения процессов – всё это свидетельствует в пользу необходимости инвестиций в роботизированные технологии [Добрачев и др., 2014].

Транспортные (подвижные) роботы могут быть использованы не только в заводских условиях, но и в теплицах, оранжереях, питомниках, где посадки осуществляются в регулярном виде.

Повышение эффективности таких систем связано прежде всего с повышением быстродействия и точности работы подвижного робота, для чего необходимо учитывать его динамические характеристики [Козырев, 1983; Воронин и др., 1986; Довбня и др., 1988].

Методика расчета. Выполним нахождение уравнений динамики транспортного робота с помощью уравнений Лагранжа второго рода с множителями [Лурье, 1961].

Ходовая часть транспортного робота (ТР)¹, рассмотренного в статье, состоит из 2 модулей мотор-колёс, расположенных на поперечной оси тे-

¹ ГОСТР 60.0.0.4– 2019/ ИСО 8373:2012 РОБОТЫ И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2019. 27 с.

лежки ТР вдоль его бортов, и 2 флюгерных колёс, установленных в передней части ТР по его бортам (кинематическая схема ТР приведена на рис. 1). Такое расположение тяговых колес обеспечивает высокую маневренность ТР вплоть до разворачивания вокруг центральной оси. В качестве двигателей мотор-колес используются электродвигатели постоянного тока, питание которых осуществляется от бортовой аккумуляторной батареи.

При выводе уравнений движения ТР считаем, что мотор-колеса и флюгерные колеса жестко связаны с корпусом. Податливостью и люфтом редуктора мотор-колёс пренебрегаем.

Из-за разнесения во времени работы ТР и промышленного робота (ПР), ПР рассматривается как неподвижная масса $M_{\text{пр}}$, расположенная на продольной оси платформы ТР в точке C_1 на расстоянии L_0 от центра масс платформы (рис. 1)

Для составления уравнения движения ТР воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода с множителями [Лурье, 1961].

Кинетическая энергия T транспортного робота складывается из кинетической энергии мотор-колёс $T_{\text{ка}}$, $T_{\text{кв}}$, кинетической энергии платформы $T_{\text{п}}$ с установленным на ней ПР, кинетических энергий вилок флюгеров $T_{\text{вф1}}$ и $T_{\text{вф2}}$, соответственно, колес флюгеров $T_{\text{кф1}}$, $T_{\text{кф2}}$.

Вычисления перечисленных выше кинетических энергий производятся по теореме Кенига [Бать и др., 2025]:

$$T_i = \frac{1}{2}m_i v_{ci}^2 + \frac{1}{2}(J_{xi}\omega_{xi}^2 + J_{yi}\omega_{yi}^2 + J_{zi}\omega_{zi}^2), \quad (1)$$

где m_i – масса рассматриваемого i -го тела; v_{ci} – скорость центра массы i -го тела; J_{xi} , J_{yi} , J_{zi} – моменты инерции i -го тела относительно осей поступательно движущейся системы координат с началом в центре масс тела; ω_{xi} , ω_{yi} , ω_{zi} – проекции абсолютной угловой скорости i -го тела на оси поступательно движущейся системы координат с началом в центре масс тела.

Так, например, кинетическая энергия $T_{\text{ка}}$ мотор-колеса А равна:

$$T_{\text{ка}} = \frac{1}{2}m_k(v_{AX}^2 + v_{AY}^2) + \frac{1}{2}(J_K\dot{\phi}_1^2 + J_{ZK}\dot{\Phi}^2), \quad (2)$$

где m_k – масса мотор-колеса; v_{AX} , v_{AY} – проекции скорости центра масс мотор-колеса на оси основной (неподвижной) системы координат; J_K – приведенный момент инерции мотор-колеса относительно собственной оси вращения; J_{ZK} – приведенный момент инерции мотор-колеса относительно вертикальной оси, проходящей через его центр масс; $\dot{\phi}_1$ – угловая скорость вращения колеса ТР; $\dot{\Phi}$ – угловая скорость вращения платформы ТР вокруг ее центра масс.

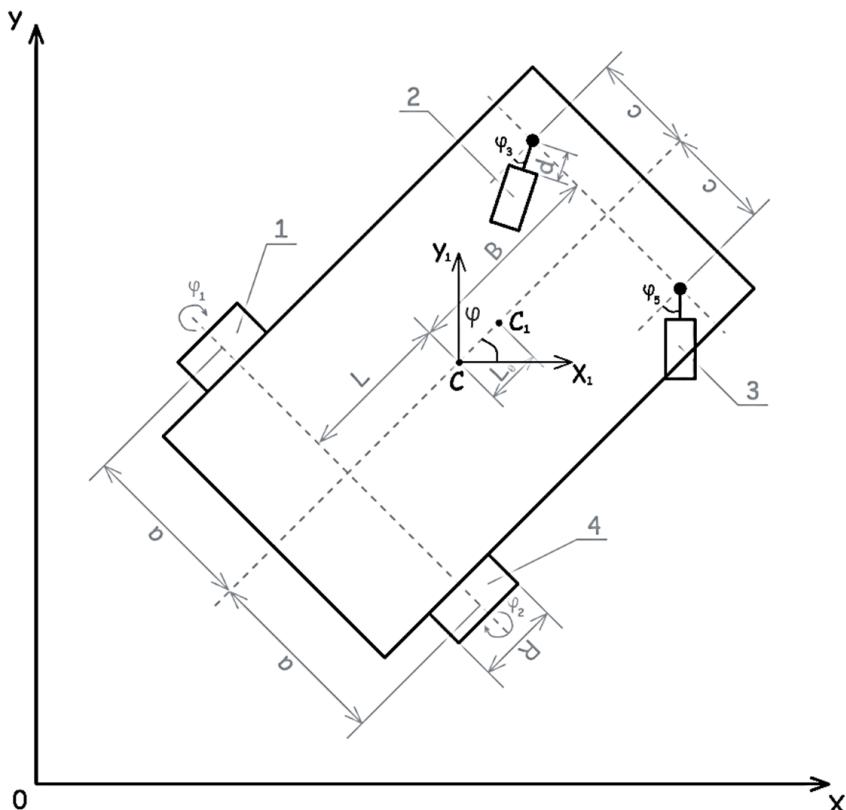


Рис. 1. Кинематическая схема ТР.

1, 4 – мотор-колеса; 2, 3 – флюгерные колеса; С – положение центра масс платформы ТР; С₁ – точка крепления промышленного робота; а, В, с, д, L, L₀, R – геометрические размеры, характеризующие взаимное расположение и размеры платформы, ТР, мотор-колес, флюгерных колес; φ – угол поворота платформы вокруг ее центра масс; φ_1 и φ_2 – углы поворота, соответственно, мотор-колес А и В; φ_3 и φ_5 – углы поворота флюгеров ТР в горизонтальной плоскости

Fig. 1. Kinematic diagram of the vehicle

1, 4 – motor wheels; 2, 3 – weathervane wheels; C – position of the center of mass of the platform vehicle; C₁ – attachment point of the industrial robot; a, B, c, d, L, L₀, R – geometric dimensions characterizing the relative position and dimensions of the platform, vehicle, motor wheels, weathervane wheels; φ – the angle of rotation of the platform around its center of mass; φ_1 and φ_2 – rotation angles of motor wheels A and B, respectively; φ_3 and φ_5 – rotation angles of the vehicle weathervanes in the horizontal plane

Значения T_{Π} , T_{KB} , $T_{K\Phi 1}$, $T_{K\Phi 2}$, $T_{B\Phi 1}$, $T_{B\Phi 2}$ находятся аналогично.

Таким образом, кинетическая энергия T транспортного робота является функцией следующих параметров:

$$T = T(\dot{x}, \dot{y}, \dot{\phi}, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3, \dot{\phi}_4, \dot{\phi}_5, \dot{\phi}_6, \phi_1, \phi_3, \phi_5, m_i, J_i), \quad (3)$$

Здесь x , y – координаты центра масс платформы ТР; ϕ – угол поворота платформы вокруг ее центра масс; ϕ_1 и ϕ_2 – углы поворота колес ТР; ϕ_4 и ϕ_6 – углы поворота, соответственно, левого и правого колеса флюгера; ϕ_3 и ϕ_5 – углы поворота, соответственно, правой и левой вилок флюгера; m_i – массы мотор-колеса, платформы ТР и ПР, вилки флюгера, колеса флюгера; J_i – моменты инерции рассматриваемых составных частей ТР относительно осей поступательно движущихся систем координат с началами в центрах масс этих частей.

Потенциальную энергию ТР считаем равной нулю.

Обобщенными координатами являются следующие девять величин: x , y , ϕ , ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 , ϕ_4 , ϕ_5 , ϕ_6 . Они не являются независимыми, так как нетрудно составить семь уравнений неголономных связей.

Из условия отсутствия проскальзывания колес А и В, т. е. из условия равенства нулю скоростей точек контакта колес с поверхностью движения ТР получаем:

$$\dot{x} \cos \phi + \dot{y} \sin \phi - a\dot{\phi} - r\dot{\phi}_1 = 0; \quad (4)$$

$$\dot{x} \cos \phi + \dot{y} \sin \phi + a\dot{\phi} - r\dot{\phi}_2 = 0. \quad (5)$$

Из условий отсутствия движения мотор-колёс по направлению линии АВ (рис. 1) имеем:

$$\dot{x} \sin \phi - \dot{y} \cos \phi + l\dot{\phi} = 0. \quad (6)$$

Из условий отсутствия движения по направлению осей вращения колес флюгера имеем еще две неголономных связи:

$$\dot{x} \sin(\phi + \phi_3) - \dot{y} \cos(\phi + \phi_3) + \dot{\phi}_3 d - \dot{\phi}(b \cos \phi_3 + c \sin \phi_3 - d) = 0; \quad (7)$$

$$\dot{x} \sin(\phi + \phi_5) - \dot{y} \cos(\phi + \phi_5) + \dot{\phi}_5 d - \dot{\phi}(b \cos \phi_5 - c \sin \phi_5 - d) = 0. \quad (8)$$

Условия отсутствия проскальзывания колес флюгеров дают два последних уравнения неголономной связи:

$$\dot{x} \cos(\phi + \phi_3) + \dot{y} \cos(\phi + \phi_3) - r_1 \dot{\phi}_4 - \dot{\phi}(c \cos \phi_3 + b \sin \phi_3) = 0; \quad (9)$$

$$\dot{x} \cos(\phi + \phi_5) + \dot{y} \cos(\phi + \phi_5) - r_1 \dot{\phi}_5 + \dot{\phi}(c \cos \phi_5 + b \sin \phi_5) = 0. \quad (10)$$

Единственные ненулевые обобщенные силы Q_4, Q_5 , соответствующие углам φ_1 и φ_2 поворота колёс А и В ТР, равны [Чиликин и др., 1979]:

$$Q_4 = \frac{M_{\varphi_1}}{i} - m_{c1}; \quad (11)$$

$$Q_5 = \frac{M_{\varphi_2}}{i} - m_{c2}. \quad (12)$$

Здесь $M_{\varphi_1}, M_{\varphi_2}$ – электромагнитные моменты, соответственно, на валу первого и второго электродвигателя мотор-колёс; i – передаточное число редуктора мотор-колеса; m_{c1}, m_{c2} – моменты сопротивления движению колеса (включая как механические потери на мотор-колесе, так и момент трения качения колеса). M_{φ_1} и M_{φ_2} определяются из систем уравнений, описывающих электропривод на основе двигателей постоянного тока [Чиликин и др., 1979].

Результаты и обсуждение. Составим уравнения движения ТР в форме уравнений Лагранжа второго рода с множителями [Исполов, 1972]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k + \sum_{j=1}^l \mu_j C_{jk}, \quad (13)$$

где C_{jk} – коэффициенты в уравнениях неголономных связей вида

$$\sum_{k=1}^5 C_{jk} \dot{q}_k + C_j = 0. \quad (14)$$

В результате получим записанную в матрично-векторной форме систему уравнений, описывающих движение ТР:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{19} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{91} & \cdots & a_{99} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_9 \end{bmatrix} = Q_4 + Q_5 + \begin{bmatrix} c_{11}c_{12}\cdots c_{17}00 \\ c_{21}c_{22}\cdots c_{27}00 \\ \vdots \\ c_{71}c_{72}\cdots c_{77}00 \\ 0 \ 0 \cdots 0 \ 00 \\ 0 \cdots 0 \ 00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_7 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Здесь a_{ij} ($i, j = 1, \dots, 9$) – элементы матрицы инерционных коэффициентов; $[\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{\varphi}, \dots, \ddot{\varphi}_6]^T$ – вектор ускорений; $[b_1, \dots, b_9]^T$ – вектор, обусловленный силами инерции от взаимного влияния движения по координатам φ_1 ,

$\varphi_3, \varphi_5; [0, 0, 0, Q_4, Q_5, 0, \dots, 0]^T$ – вектор обобщенных сил; $[\mu_1, \dots, \mu_7, 0, 0]^T$ – вектор множителей Лагранжа; C_{ij} – элементы матрицы коэффициентов уравнений неголономных связей.

Решение уравнений должно осуществляться совместно с уравнениями неголономных связей.

Выводы

1. Полученные результаты могут быть использованы для решения прямой и обратной задач динамики робота при его проектировании;
2. Полученные уравнения динамики ТР могут использоваться для математического моделирования движения ТР по трассе различной конфигурации;
3. Полученные уравнения необходимы для исследования устойчивости ТР.

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Библиографический список

Батъ М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособ. для вузов. 12-е изд., стер. Т. 2: Динамика. СПб.: Лань, 2025. 640 с.

Воронин А.А., Егоров Ю.Б., Станкевич Л.А., Сотсков Ю.В. Математическое моделирование роботизированных технологических комплексов: учеб. пособ. Л.: ЛПИ, 1986. 80 с.

Добрачев А.А., Раевская Л.Т., Швец А.В. Кинематические схемы, структуры и расчет параметров лесопромышленных манипуляторных машин: монография. Екатеринбург: УГЛТУ, 2014. 128 с.

Довбня Н.М., Халфен А.А., Яковлев И.В. Транспортные роботы для гибких производственных систем. Л.: ЛДНТП, 1988. 23 с.

Исполов Ю.Г. Краткое руководство к решению задач по аналитической механике. Л.: ЛПИ, 1972. 118 с.

Козырев Ю.Г. Промышленные роботы. Справочник. М.: Машиностроение, 1983. 376 с.

Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.

Чиликин М.Г., Клюев В.Н., Сандлер А.С. Теория автоматизированного электропривода. М.: Энергия, 1979. 616 с.

References

Bat M.I., Dzhanelidze G.Yu., Kelzon A.S. Theoretical mechanics in examples and problems: a textbook for universities. 12th ed., ster. Vol. 2: Dynamics. St. Petersburg: Lan, 2025. 640 p. (In Russ.)

Chilikin M.G., Klyuev V.N., Sandler A.S. Theory of an automated electric drive. Moscow: Energiya, 1979. 616 p. (In Russ.)

Dobrachev A.A., Rayevskaya L.T., Shvets A.V. Kinematic schemes, structures and calculation of parameters of timber manipulator machines: monograph. Ekaterinburg: Ural State Forestry University, 2014. 128 p. (In Russ.)

Dovbnya N.M., Khalfen A.A., Yakovlev I.V. Transport robots for flexible production systems. Leningrad: LDNTP, 1988. 23 p. (In Russ.)

Ispolov Yu.G. A short guide to solving problems in analytical mechanics. Leningrad: LPI, 1972. 118 p. (In Russ.)

Kozyrev Yu.G. Industrial robots. Handbook. Moscow: Mashinostroenie, 1983. 376 p. (In Russ.)

Lurie A.I. Analytical mechanics. Moscow: Fizmatgiz, 1961. 824 p. (In Russ.)

Voronin A.A., Egorov Yu.B., Stankevich L.A., Sotskov Yu.V. Mathematical modeling of robotic technological complexes: textbook. Leningrad: LPI, 1986. 80 p. (In Russ.)

Материал поступил в редакцию 03.04.2024

Власов Е.Н. Уравнения динамики транспортного робота для лесопромышленного комплекса // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2025. Вып. 255. С. 253–261. DOI: 10.21266/2079-4304.2025.255.253-261

Главным стимулом для внедрения роботизированных технологий на российских предприятиях лесопромышленного комплекса (ЛПК) должно стать значительное повышение производительности труда. Роботизированные технологии помогают сохранить безостановочное производство, выполнять сложные, трудоёмкие и энергозатратные производственные операции 24 часа в сутки, улучшить условия труда на производстве. Кроме того, роботизация могла бы помочь отрасли справиться с теми вызовами, с которыми сегодня сталкивается отечественный ЛПК в условиях ограничения экспорта древесины. Важной темой становится переориентация предприятий на более глубокую переработку древесины в целях создания продукта с высокой добавленной стоимостью. Исключение возможности человеческой ошибки, скорость и точность выполнения процессов – всё это свидетельствует в пользу необходимости инвестиций в роботизированные технологии. Транспортные (подвижные) роботы (ТР) могут быть использованы не только в заводских условиях, но и в теплицах, оранжереях, питомниках, где посадки осуществляются в регулярном виде. Повышение эффективности таких систем связано прежде всего с повышением быстродействия и точности работы подвижного робота, для чего необходимо учитывать их динамические характеристики. В работе получены уравнения движения транспортного робота, ходовая часть которого состоит из 2 модулей мотор-колёс,

расположенных на поперечной оси тележки ТР вдоль его бортов, и 2 флюгерных колес, установленных в передней части ТР по его бортам. Такое расположение тяговых колес обеспечивает высокую маневренность ТР вплоть до разворачивания вокруг центральной оси. В качестве двигателей мотор-колес используются электродвигатели постоянного тока, питание которых осуществляется от бортовой аккумуляторной батареи. Полученные результаты имеют самостоятельный практический интерес, а также могут использоваться для математического моделирования движения ТР по трассе, исследования устойчивости и т. п.

Ключевые слова: транспортный робот, уравнения Лагранжа второго рода с множителями, неголономные связи.

Vlasov E.N. Equations of dynamics of a transport robot for the timber industry. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotehniceskoj Akademii*, 2025, iss. 255, pp. 253–261 (in Russian with English summary). DOI: 10.21266/2079-4304.2025.255.253-261

The main incentive for the introduction of robotic technologies at Russian enterprises of the timber industry complex (LPC) should be a significant increase in labor productivity. Robotic technologies help to maintain non-stop production, perform complex, labor-intensive and energy-consuming production operations 24 hours a day, improve working conditions in production. Meanwhile, robotization could help the industry to cope with the challenges that the domestic timber industry is facing today in the context of limited timber exports. An important topic is the reorientation of enterprises to deeper processing of wood in order to create a product with high added value. The exclusion of the possibility of human error, the speed and accuracy of the processes also testify for the need for investments in robotic technologies. Transport (mobile) robots (TR) can be used not only in factory conditions, but also in greenhouses, greenhouses, nurseries, where plantings are carried out on a regular basis. The increase in the efficiency of such systems is primarily due to an increase in the speed and accuracy of the mobile robot, for which it is necessary to take into account their dynamic characteristics. In this paper, the equations of motion of a transport robot are obtained, the undercarriage of which consists of 2 motor-wheel modules located on the transverse axis of the truck along its sides, and 2 weather vane wheels mounted in front of the truck along its sides. This arrangement of the traction wheels ensures high maneuverability of the vehicle up to turning around the central axis. Direct current electric motors are used as motor-wheel motors, which are powered by an on-board battery. The results obtained are of independent practical interest, and can also be used for mathematical modeling of vehicle movement along the highway, stability studies, etc.

Keywords: transport robot, Lagrange equations of the 2nd kind with multipliers, nonholonomic relationships.

ВЛАСОВ Евгений Николаевич – доцент кафедры прикладной механики и инженерной графики Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова, кандидат технических наук. ORCID: 0000-0002-1982-2130. SPIN-код: 3785-3663.

194021, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: vlasov-en@mail.ru

VLASOV Evgeny N. – PhD (Technical), Associate Professor of the Department of Applied Mechanics and Engineering Graphics of the St.Petersburg State Forest Technical University. ORCID: 0000-0002-1982-2130. SPIN-code: 3785-3663.

194021. Institute per. 5. St. Petersburg. Russia. E-mail: vlasov-en@mail.ru