

В.А. Усольцев, В.П. Часовских

**МУЛЬТИКОЛЛИНЕАРНОСТЬ ПЕРЕМЕННЫХ
В ЕВРАЗИЙСКОЙ БАЗЕ ДАННЫХ О ФИТОМАССЕ ДЕРЕВЬЕВ
И ВСЕОБЩАЯ АЛЛОМЕТРИЯ**

Введение. В связи с изменением климата лесная фитомасса обретает исключительное экологическое значение планетарного уровня. Для ее оценки необходимы легко реализуемые методы, одним из которых является метод аллометрических моделей [Zianis, Mencuccini, 2004]. Его история восходит к концу XIX века, когда было установлено, что связи между массой отдельных частей и целого организма у различных видов можно описать степенной (аллометрической) функцией (1) [Snell, 1892]:

$$Y = a X^b, \quad (1)$$

где X может обозначать массу особи данного вида или её размер, а Y – массу того или иного органа особи; a и b – аллометрические коэффициенты, определяемые по эмпирическим данным [Zianis, Mencuccini, 2004].

Помимо аппроксимирующей роли, аллометрическую модель (1) в качестве всеобщей стали использовать в теоретическом аспекте: в частности, она была положена в основу теории метаболического масштабирования [West et al., 1997], фрактальной модели [West et al., 1999], теории адаптивного распределения масс [Poorter et al., 2015], в которых параметрам модели стали придавать определенные биологические смыслы. Тем не менее, было показано, что чисто эмпирическая «всеобщая» аллометрическая модель (generic, generalized, common model) «фитомасса – диаметр ствола», полученная аппроксимацией мировых баз данных для нескольких древесных видов, даёт более высокую точность оценки фитомассы по сравнению с теоретическими моделями, имеющими стабильные значения аллометрических коэффициентов [Усольцев и др., 2006; Zianis, Mencuccini, 2004]. Ценность аллометрических моделей заключается в том, что они позволяют оценивать фитомассу без трудоемкого деструктивного выборочного учета, т.е. без рубки деревьев, фракционирования, взвешивания и сушки компонентов фитомассы. На сегодня подобные аллометрические модели разного уровня обобщения для многих древесных и кустарниковых видов исчисляются десятками тысяч [Ter-Mikaelian, Korzukhin, 1997; Jenkins et al.,

2004; Muukkonen, Mäkipää, 2006; Falster et al., 2015; Luo et al., 2020; Jucker et al., 2022]. Тем не менее известно, что фитомасса дерева определяется не только диаметром ствола (простая аллометрия), но также высотой и возрастом дерева, густотой древостоя как характеристикой конкурентных отношений и т. д. (многофакторная аллометрия), и результаты подобных исследований довольно многочисленны [Усольцев, 1988; Sawadogo et al., 2010; Zeng, 2017; Dutcă et al., 2018; Lin et al., 2023].

Однако при расчете многофакторных моделей обычно не учитывалась мультиколлинеарность независимых переменных, существенно снижающая устойчивость моделей. Известно, что для проверки переменных на мультиколлинеарность используется коэффициент инфляции дисперсии (Variance Inflation Factor, VIF) [Marcoulides, Raykov, 2019], но далеко не всегда. В то же время, допускаемое значение VIF не является статистически обусловленным: оно предлагалось, с одной стороны, равным менее 10 [Chatterjee et al., 2000], а с другой – менее 2 [Graham, 2003]. Исходя из статистической неопределенности VIF, согласно предложенному «эмпирическому правилу» [Chatterjee, Simonoff, 2013] или по молчаливому согласию стали считать допустимым значение VIF, равное 5,0 [Репина и др., 2019]. В связи с этим исследователю приходится обеспечивать, с одной стороны, учет максимального числа действующих факторов, но, с другой стороны, минимизировать их количество по условию приемлемого уровня мультиколлинеарности.

В 2023 г. была опубликована последняя, дополненная версия базы данных о фитомассе и таксационных показателях около 16 тысяч модельных деревьев основных лесообразующих видов Евразии [Усольцев, 2023]. Поскольку это наиболее полная на сегодня база данных, представляет интерес выяснить ее возможности в плане построения всеобщих моделей фитомассы, корректных по условию мультиколлинеарности независимых переменных.

В нашем исследовании предпринята попытка на основе наиболее полной на сегодня базы данных о фитомассе деревьев оптимизировать структуру многофакторной модели фитомассы по условию приемлемой мультиколлинеарности независимых переменных.

Объекты и методы исследования. Для достижения поставленной цели из авторской базы данных [Усольцев, 2023] отобрано 11170 модельных деревьев с измеренными таксационными показателями, а также надземной и подземной фитомассой. Надземная фитомасса определена у всех 11170 модельных деревьев, фитомасса корней – только у 1514 деревьев (13% от

общего количества). Характеристика исходных данных фитомассы и определяющих ее основных дендрометрических показателей – возраста, диаметра ствола и его высоты – дана в табл. 1. Поскольку исследование имеет континентальный уровень, анализ проводится на уровне родов (подродов) как совокупностей викарирующих видов, имея в виду, что ни один вид не произрастает на территории всей Евразии.

Таблица 1

**Характеристика исходных данных фитомассы
и основных дендрометрических показателей**

Characteristics of the initial biomass data and the main dendrometric indices

Виды	Диапазоны изменения и количество исходных данных								
	A, лет	D, см	H, м	Pa		Pr		Pt	
				кг	п	кг	п	кг	п
Подрод <i>Pinus</i> L. (двухвойные сосны)									
<i>P. sylvestris</i> L., <i>P. tabuliformis</i> Carrière, <i>P. densiflora</i> Siebold & Zucc., <i>P. nigra</i> (Lamb.) Holmboe, <i>P. halepensis</i> Mill., <i>P. contorta</i> Douglas ex Loudon, <i>P. taeda</i> L.	5÷430	1÷66	1,4÷36,6	0,5÷2045	4127	0,1÷259	623	0,6÷1481	668
Род <i>Picea</i> A. Dietr. (ели)									
<i>P. abies</i> (L.) H. Karst., <i>P. obovata</i> Ledeb., <i>P. schrenkiana</i> Fisch. & C.A. Mey., <i>P. ajanensis</i> Fisch. ex Carrière, <i>P. koraiensis</i> Nakai	10÷250	1÷ 70	1,4÷44,2	0,4÷3370	1155	0,1÷445	256	0,6÷1951	256
Род <i>Abies</i> Mill. (пихты)									
<i>A. sibirica</i> Ledeb., <i>A. alba</i> Mill., <i>A. holophylla</i> Maxim., <i>A. sachalinensis</i> (F. Schmidt) Mast., <i>A. nephrolepis</i> (Trautv.) Maxim.	6÷95	2÷ 42	3,1÷27,8	2,0÷740	287	0,5÷76	18	2,5÷350	18
Род <i>Larix</i> Mill. (лиственницы)									
<i>L. decidua</i> Mill., <i>L. sibirica</i> Ledeb., <i>L. cajanderi</i> Mayr, <i>L. gmelinii</i> (Rupr.) Rupr., <i>L. leptolepis</i> (Siebold & Zucc.) Gordon	6÷424	1÷ 73	1,4÷34,0	1,5÷3877	730	0,4÷768	167	2,0÷3967	167
Род <i>Betula</i> L. (березы)									
<i>B. pubescens</i> Ehrh., <i>B. pendula</i> Roth, <i>B. dahurica</i> Pall., <i>B. maxmowicziana</i> Regel, <i>B. ermanii</i> Cham., <i>B. costata</i> Trautv., <i>B. platyphylla</i> Sukaczew	5÷195	1÷ 48	1,5÷34,5	1,4÷1031	1900	0,3÷193	216	2,0÷1056	217
Род <i>Populus</i> L. (осины и тополя)									
<i>P. tremula</i> L., <i>P. nigra</i> L., <i>P. davidiana</i> Dode	3÷103	1÷ 46	2,1÷28,8	1,1÷1091	707	0,2÷51	34	1,5÷388	34

Окончание табл. 1

Виды	Диапазоны изменения и количество исходных данных								
	А, лет	D, см	H, м	Pa		Pr		Pt	
				кг	п	кг	п	кг	п
Род <i>Quercus</i> L. (дубы)									
<i>Q. robur</i> L., <i>Q. rubra</i> L., <i>Q. phillyreoides</i> A. Gray, <i>Q. serrata</i> Murray, <i>Q. amamiana</i> Hatus., <i>Q. acutissima</i> Carruth., <i>Q. crispula</i> Blume, <i>Q. pyrenaica</i> Willd., <i>Q. mongolica</i> Fisch. ex Ledeb.	4÷183	1÷ 72	1,6÷33,6	1,2÷4291	760	0,7÷843	58	3,8÷5135	58
Род <i>Tilia</i> L. (липы)									
<i>T. cordata</i> Mill., <i>T. amurensis</i> Rupr., <i>T. mandshurica</i> Rupr. & Maxim., <i>T. parvifolia</i> Ehrh.	10÷141	2÷ 39	3,4÷24,8	1,0÷572	400	0,4÷88	11	0,8÷356	11
Род <i>Fagus</i> L. (буки)									
<i>F. sylvatica</i> L., <i>F. crenata</i> Blume	8÷233	1÷ 75	1,9÷39,3	1,4÷4741	365	0,1÷452	52	0,2÷4419	54
Род <i>Fraxinus</i> L. (ясени)									
<i>F. excelsior</i> L., <i>F. mandshurica</i> Rupr.	5÷119	2÷ 58	2,5÷36,0	1,0÷2917	97	50,5÷408	6	266÷3325	6
Род <i>Alnus</i> Mill. (ольхи)									
<i>A. incana</i> (L.) Moench., <i>A. glutinosa</i> (L.) Gaertn., <i>A. hirsuta</i> (Spach) Turcz. ex. Rupr.	4÷95	2÷ 42	2,4÷27,8	1,0÷740	568	0,5÷76	17	2,3÷350	17
Род <i>Salix</i> L. (ивы)									
<i>S. caprea</i> L., <i>S. borealis</i> Fr., <i>S. triandra</i> L.	3÷79	1÷ 24	1,6÷17,7	0,5÷102	74	0,1÷5,9	8	0,6÷21	8

Примечание. А – возраст дерева; D – диаметр ствола на высоте груди; H – высота дерева; Pa, Pr и Pt – соответственно, надземная, подземная (корни) и общая фитомасса дерева в абсолютно сухом состоянии, кг; п – количество наблюдений.

Результаты исследований и их обсуждение. Выполнена последовательная проверка независимых переменных на мультиколлинеарность в многофакторных аллометрических моделях структур (2)–(5):

$$\ln Y = a_0 + a_1 \ln A + a_2 \ln D + a_3 \ln H, \quad (2)$$

$$\ln Y = a_0 + a_1 \ln A + a_2 \ln D, \quad (3)$$

$$\ln Y = a_0 + a_1 \ln A + a_2 \ln H, \quad (4)$$

$$\ln Y = a_0 + a_1 \ln D + a_2 \ln H, \quad (5)$$

где Y – один из показателей фитомассы (Pa, Pr и Pt). Используя программное обеспечение Python (Bedre, 2025), получили показатели VIF (табл. 2).

Таблица 2

Показатели VIF для прогностических переменных моделей (2)–(5)

VIF values for predictive variable of models (2)–(5)

Род (подрод)	Модель	Прогностические переменные		
		<i>A</i>	<i>D</i>	<i>H</i>
<i>Pinus</i>	(2)	4,1	6,4	7,5
	(3)	3,3	3,3	
	(4)	3,7	–	3,7
	(5)	6,1	6,1	–
<i>Picea</i>	(2)	1,0	33,5	33,5
	(3)	1,0	1,0	
	(4)	1,0	–	1,0
	(5)	–	33,5	33,5
<i>Larix</i>	(2)	3,5	24,4	23,2
	(3)	3,4	3,4	
	(4)	3,3	–	3,3
	(5)	–	23,0	23,0
<i>Betula</i>	(2)	7,8	26,8	18,2
	(3)	7,8	7,8	
	(4)	5,1	–	5,1
	(5)	–	18,1	18,1
<i>Populus</i>	(2)	5,6	18,1	16,7
	(3)	5,4	5,4	
	(4)	5,0	–	5,0
	(5)	–	16,1	16,1
<i>Quercus</i>	(2)	1,0	13,8	13,8
	(3)	1,0	1,0	
	(4)	1,0	–	1,0
	(5)	–	13,8	13,8

Расчет показателей VIF для трех прогностических переменных по модели (2) показал, что у всей совокупности видов мультиколлинеарность превышает предельное значение, т. е. $VIF > 5$. Это означает, что модель (2)

не является корректной по условию мультиколлинеарности ни для одного из 12 родов. Поэтому дальнейший анализ мультиколлинеарности выполняется лишь по двум прогностическим переменным в разных сочетаниях (модели (3)-(5)).

В табл. 2 приведены результаты анализа переменных по условию мультиколлинеарности для 6 родов, наиболее представленных в базе данных по количеству измерений. По остальным 6 родам значения VIF для прогностических переменных моделей (3)-(5) существенно выше 5,0, и в табл. 2 они не показаны. Из 6 родов с наименьшими показателями VIF для переменных в моделях (3) и (4) (табл. 2) лишь для 4 родов (подродов) (*Pinus*, *Picea*, *Larix* и *Quercus*) показатели VIF существенно ниже 5,0, а для *Betula* и *Populus* они или равны 5,0, или незначительно превышают 5,0.

Необходимо отметить довольно неожиданный результат, полученный при оценке VIF для переменных D и H в модели (5). В имеющихся базах данных по аллометрическим моделям наибольшую численность имеют модели связи фитомассы с диаметром ствола (простая аллометрия). Несколько меньшую представленность в подобных базах имеют двухфакторные модели связи фитомассы с D и H , т. е. модели (5), получившие распространение еще при составлении объемных таблиц для стволов деревьев [Тюрин и др., 1945; Третьяков и др., 1952]. Согласно табл. 2 из трех двухфакторных моделей именно модель (5), характеризующая связь фитомассы с D и H , отличается наибольшими значениями VIF. Данный показатель для пяти родов имеет значения в диапазоне от 14 до 33 и лишь для сосен, представленных наибольшим объемом исходных данных (4127 деревьев), он меньше и составляет 6,1. Это означает, что модель (5) уже на этом этапе не может считаться корректной по условию минимальной мультиколлинеарности D и H .

В целом просматривается некоторая обратная связь между величиной VIF для переменных модели (5) и объемом исходных данных. Поэтому при локальном использовании структуры модели (5) исследователи стали обнаруживать существенную мультиколлинеарность D и H [Dutcă et al., 2019]. Это может показаться парадоксальным, но, чтобы исключить ее (и, соответственно, повысить устойчивость модели), стали рекомендовать вместо двух отдельных переменных комбинированную переменную, так называемый «видовой цилиндр», или произведение квадрата диаметра на высоту (D^2H) [Dutcă et al., 2017, 2019].

Данная проблема была рассмотрена в нашем специальном исследовании [Усольцев и др., 2020]. Известно, что переменная D^2H достаточно информативна при оценке фитомассы ствола. Она давно применяется в лес-

ной таксации при оценке объема ствола по причине низкой изменчивости его полндревесности, и получаемые модели имели коэффициенты детерминации, близкие к 1,0 [Satoo, 1970; Picard et al., 2012]. Но при оценке фитомассы листвы, хвои и ветвей агрегированная переменная D^2H оказывается менее информативной по сравнению с диаметром D , поскольку предполагает «насиловственную» положительную связь фитомассы кроны с высотой дерева, тогда как при равных диаметрах стволов она отрицательная, и в итоге получаемые результаты имеют смещения [Усольцев и др., 2020]. Правда, при оценке надземной фитомассы с помощью D^2H названные смещения меньше, чем при оценке фитомассы кроны, поскольку крона имеет сравнительно небольшую долю в надземной фитомассе дерева. Тем не менее проблема смещений остается. Таким образом, в стремлении повысить устойчивость модели (5), в которой D и H могут быть сильно коррелированы, авторы [Dutcă et al., 2017, 2019], рекомендуя использовать комбинацию D^2H вместо двух отдельных переменных D и H , заменяют неопределенность, вызванную их мультиколлинеарностью, другой неопределенностью, вызванной некорректной структурой переменной D^2H .

Возвращаясь к оценкам мультиколлинеарности моделей (3) и (4) (табл. 2), можно отметить, что эти две модели имеют практически одинаковые показатели VIF для соответствующих переменных. Например, у лиственниц VIF для переменных A и D в модели (3) равен 3,4, а для переменных A и H в модели (4) равен 3,3. У елей и дубов в обеих моделях VIF равен 1,0. Но это не значит, что при оценке фитомассы две названные модели равноценны по информативности, поскольку переменные A , D и H могут иметь разные вклады в объяснение изменчивости фитомассы. Чтобы выяснить, какая из моделей (3) и (4) предпочтительнее при оценке фитомассы дерева, был выполнен их регрессионный анализ по исходным данным, показанным в табл. 1. Сравнительная характеристика результатов расчета моделей (3) и (4) дана в табл. 3.

Поскольку известно, что диаметр ствола из всех размерных характеристик дерева имеет наибольшую информативность при оценке фитомассы дерева [Усольцев, 1988], следовало ожидать, что он, будучи включенным в модель (3), сыграет превалирующую роль, в сравнении с моделью (4), в объяснении изменчивости фитомассы. Данные табл. 3 подтверждают это предположение, и в целом по всем фракциям коэффициенты детерминации моделей (3) и (4) различаются на 3%. Исключение составляет соотношение информативности двух моделей для фитомассы корней, причем статистически не значимое ($-0,183 \pm 2,3$), возможно, вследствие того, что данных по корням почти на порядок меньше, чем по надземной фитомассе.

Таблица 3

Сравнительная характеристика адекватности моделей (3) и (4)

Comparative characteristic of the adequacy of models (3), and (4)

ln Y	Регрессионные коэффициенты модели (3)			Регрессионные коэффициенты модели (4)			adjR ² , %		Δ adjR ² , %	
	a ₀ ^{**}	a ₁	a ₂	a ₀ ^{**}	a ₁	a ₂	(3)	(4)	(3)-(4)	
Pinus										
ln Pa	-2,5221	0,1000	2,3220	-2,2909	-0,3033	2,9493	97,2	88,3	8,9	
ln Pr	-3,8033	0,0230*	2,2127	-0,7203	-1,0956	2,8813	87,8	91,0	-3,2	
ln Pt	-2,1860	0,0386	2,3416	-3,5094	-0,1515	3,2949	97,7	96,3	1,4	
Picea										
ln Pa	-2,0277	0,2108	2,0456	-2,4053	0,2603	2,1938	96,0	92,8	5,2	
ln Pr	-4,2925	0,5403	1,8987	-4,5548	0,5748	2,0522	95,2	91,6	3,2	
ln Pt	-2,0013	0,3344	1,9601	-2,2068	0,3141	2,1673	96,7	94,2	2,5	
Larix										
ln Pa	-2,0460	0,0299	2,2835	-4,2498	0,2620	2,8479	97,2	96,2	1,0	
ln Pr	-3,8031	0,4938	1,7298	-7,5212	0,9858	2,5853	86,8	97,1	-10,3	
ln Pt	-2,1673	0,2257	2,1876	-4,7148	0,5122	2,7619	98,0	98,5	-0,5	
Betula										
ln Pa	-2,7057	0,2268	2,3213	-5,0570	0,5966	2,6184	96,2	91,9	0,1	
ln Pr	-3,6025	0,0953*	2,0925	-7,1721	0,6048	2,9231	92,4	80,0	4,3	
ln Pt	-1,8295	0,0220*	2,3115	-5,4110	0,5011	3,0001	99,4	86,4	13,0	
Populus										
ln Pa	-2,2458	0,0943	2,3022	-5,1941	0,5389	2,7887	98,3	92,5	5,8	
ln Pr	-3,5402	-0,0726*	2,4148	-4,3150	-0,9788	3,6922	94,8	91,8	3,0	
ln Pt	-2,4592	0,2486	2,2232	-3,3611	-0,7220	3,6308	98,9	94,2	4,7	
Quercus										
ln Pa	-1,8457	-0,0217*	2,3698	-3,6560	0,1798	2,9056	98,2	88,5	10,4	
ln Pr	-0,9410	-1,1660	3,0624	-3,5614	-0,8232	3,7988	92,6	90,7	1,9	
ln Pt	-1,2298	-0,4406	2,7800	-3,5440	-0,0803*	3,3653	97,4	92,0	5,4	
ln Pa	Средние значения						97,7±0,4	91,7±1,2	5,23±1,7	
ln Pr							91,6±1,4	90,4±2,3	-0,183 ± 2,3	
ln Pt							98,0±0,4	93,6±1,7	4,42±1,9	
В целом							95,6±5,2	91,9±2,1	3,16±1,7	

Примечания. * Переменная значима на уровне ниже 0,95; ** Константа скорректирована на логарифмическую ретрансформацию по: [Sprugel, 1983]; *** $adjR^2$ – коэффициент детерминации, скорректированный на число переменных, %; $\Delta adjR^2$ – разность коэффициентов детерминации моделей (2) и (3), %.

Как уже упоминалось выше, равнозначность двух моделей по приемлемой величине VIF их переменных не означает равнозначности по информативности в объяснении изменчивости фитомассы, поскольку переменные могут иметь разные вклады в это объяснение. Результаты расчета названных вкладов по методу И.Я. Лиеры [1980] показали, насколько велико различие вкладов независимых переменных в объяснение изменчивости фитомассы (табл. 4). В обеих моделях преимущество имеют D и H (93 и 87%) перед переменной A (7 и 17%), а из двух первых – переменная D (93%) перед H (87%).

Таблица 4

**Вклад независимых переменных моделей (3) и (4)
в объяснение изменчивости зависимых переменных**

**Contribution of the independent variables of models (3) and (4)
to the explanation of the variability of the dependent variables**

ln Y	Модель (3)		Модель (4)	
	$a_1 \ln A$	$a_2 \ln D$	$a_1 \ln A$	$a_2 \ln H$
<i>Pinus</i>				
ln Pa	4	96	8	92
ln Pr	1	99	21	79
ln Pt	2	98	2	98
<i>Picea</i>				
ln Pa	7	93	8	92
ln Pr	16	84	17	83
ln Pt	10	90	9	91
<i>Larix</i>				
ln Pa	1	99	9	91
ln Pr	20	80	22	78
ln Pt	8	92	12	88
<i>Betula</i>				
ln Pa	8	92	18	82
ln Pr	3	97	18	82
ln Pt	1	99	15	85
<i>Populus</i>				
ln Pa	3	97	17	83
ln Pr	1	99	19	81
ln Pt	6	94	15	85

Окончание табл. 4

ln Y	Модель (3)		Модель (4)	
	$a_1 \ln A$	$a_2 \ln D$	$a_1 \ln A$	$a_2 \ln H$
<i>Quercus</i>				
ln Pa	1	99	7	93
ln Pr	20	80	16	84
ln Pt	9	91	1	99
Средние значения				
ln Pa	4,00±1,2	96,0±1,2	11,2±2,0	88,8±2,0
ln Pr	10,2±3,9	89,8±3,9	18,8±0,9	81,2±0,9
ln Pt	6,00±1,5	94,0±1,5	9,00±2,5	91,0±2,5
В целом	6,72±1,8	93,2±1,8	13,0±3,0	87,0±3,0

Поскольку наименее информативен в модели (3) возраст дерева, объясняющий менее 7% изменчивости фитомассы, модель (3) модифицирована и рассчитана только в связи с диаметром ствола для всех 12 родов (подродов) (табл. 5). В результате получены всеобщие аллометрические модели фитомассы деревьев, характеризующиеся высокими значениями коэффициента детерминации.

Таблица 5

Характеристика аллометрических моделей зависимости фитомассы деревьев от диаметра ствола на высоте груди для 12 родов (подродов) Евразии, построенных по материалам базы данных [Усольцев, 2023]

Characteristics of allometric models of the dependence of tree biomass on stem diameter at breast height for 12 genera (subgenera) of Eurasia, based on the materials of the database [Usoltsev, 2023]

ln Y	a_0^*	$a_1 \ln D$	$adjR^2$	SE	a_0^*	$a_1 \ln D$	$adjR^2$	SE
	<i>Pinus</i>				<i>Quercus</i>			
ln Pa	-2,2900	2,3776	0,973	0,315	-1,8388	2,3374	0,980	0,278
ln Pr	-3,5798	2,2481	0,880	0,667	-3,6424	2,4011	0,841	0,735
ln Pt	-2,0910	2,3678	0,976	0,303	-2,3434	2,5512	0,970	0,313
ln Y	<i>Picea</i>				<i>Tilia</i>			
	a_0^*	$a_1 \ln D$	$adjR^2$	SE	a_0^*	$a_1 \ln D$	$adjR^2$	SE
ln Pa	-1,4833	2,1508	0,958	0,399	-2,2006	2,3517	0,945	0,319
ln Pr	-2,8554	2,1594	0,939	0,559	-1,9652	1,8838	0,919	0,499
ln Pt	-1,1176	2,1203	0,962	0,427	-1,7948	2,3415	0,992	0,194

Окончание табл. 5

	<i>Abies</i>				<i>Fagus</i>			
$\ln Pa$	-1,4578	2,1292	0,968	0,394	-1,7928	2,3710	0,986	0,250
$\ln Pr$	-2,9619	2,1843	0,941	0,457	-3,1037	2,2705	0,987	0,282
$\ln Pt$	-2,1620	2,4540	0,982	0,212	-1,5994	2,3997	0,994	0,209
	<i>Larix</i>				<i>Fraxinus</i>			
$\ln Pa$	-1,9350	2,2868	0,971	0,319	-2,0255	2,5050	0,988	0,235
$\ln Pr$	-2,4589	2,0069	0,843	0,865	-2,2075	2,0364	0,931	0,230
$\ln Pt$	-1,5649	2,3142	0,977	0,365	-1,7194	2,4432	0,969	0,182
	<i>Betula</i>				<i>Alnus</i>			
$\ln Pa$	-2,2399	2,4658	0,960	0,374	-2,5338	2,5184	0,979	0,213
$\ln Pr$	-3,2531	2,1421	0,924	0,519	-3,4460	2,2400	0,879	0,393
$\ln Pt$	-1,7758	2,3250	0,994	0,155	-1,9884	2,3367	0,980	0,157
	<i>Populus</i>				<i>Salix</i>			
$\ln Pa$	-2,0874	2,3629	0,983	0,251	-2,2049	2,3096	0,974	0,192
$\ln Pr$	-3,6919	2,3822	0,950	0,464	-3,7121	2,5004	0,965	0,325
$\ln Pt$	-1,9125	2,3347	0,984	0,223	-1,9596	2,3252	0,996	0,097

Таким образом, с целью повышения устойчивости аллометрических моделей фитомассы деревьев проанализирована мультиколлинеарность основных трех независимых переменных: диаметра ствола, возраста и высоты дерева. Установлено, что включать все три переменные в модель фитомассы по условию мультиколлинеарности нельзя. Анализ двухфакторных моделей в разных сочетаниях независимых переменных показал, что две модели, одна из которых связана с возрастом и диаметром ствола, а другая – с возрастом и высотой дерева, показали приемлемые уровни мультиколлинеарности, причем одинаковые по величине VIF. Для выбора одной из них в качестве наиболее приемлемой для оценки фитомассы деревьев был выполнен регрессионный анализ, который показал, что наибольшим коэффициентом детерминации характеризуется связь фитомассы с возрастом и диаметром ствола. Однако вклад возраста в объяснение изменчивости фитомассы оказался несущественным по сравнению с вкладом диаметра ствола. Это означает, что отсутствие значительной корреляции двух независимых переменных может не иметь смысла, поскольку при минимальном вкладе одной из независимых переменных в объяснение

изменчивости фитомассы в конечном счете получаем однофакторную зависимость (простую аллометрию). В нашем случае предложены всеобщие аллометрические модели (generic models) зависимости фитомассы лишь от диаметра ствола. Но ранее было показано, что всеобщие аллометрические модели, построенные по всему массиву фактических данных, дают при использовании в локальных условиях неприемлемые смещения обоих знаков (от +315 до -92%), что исключает возможность их применения на региональных уровнях [Усольцев и др., 2017]. Тем не менее в случаях, когда необходимо оценить биопродуктивность древесного вида, информации по которому нет в базах данных, более логично использовать модель для его рода, нежели модель для другого рода или входящего в него вида.

Закключение. Таким образом, начав исследование с анализа мультиколлинеарности независимых переменных и получив предпосылки построения устойчивых моделей по названному показателю, в результате расчета потенциально устойчивых моделей в действительности оказалось, что 93% вклада в объясненную изменчивость фитомассы обеспечивает диаметр ствола. В результате получены всеобщие модели фитомассы в связи с диаметром ствола, при использовании которых в локальных условиях могут быть смещения оценок. Вопрос оптимизации структуры модели фитомассы остается, таким образом, открытым. Он входит в широкий спектр проблем, рассмотренных на Всемирном конгрессе ИЮФРО в октябре 2014 г. по теме «Количественная оценка неопределенности в лесных измерениях и моделях» [Paré et al., 2016].

В настоящем исследовании для оценки коэффициентов a и b моделей использован стандартный метод наименьших квадратов по логарифмически трансформированным исходным данным [Zianis, Mencuccini, 2004]. Расчет VIF выполнен по исходным данным, а расчет моделей (2)-(5) – по их логарифмированным значениям, что обуславливает деформирование остаточной дисперсии, поэтому можно попытаться провести аналогичное исследование на основе других методов подгонки регрессионных коэффициентов, без логарифмирования данных: нелинейного регрессионного анализа [Дрейпер, Смит, 1973; Химмельблау, 1975], метода группового учета аргументов (МГУА) [Ивахненко, 1969, 1977] и др., – но для увязки их с мультиколлинеарностью переменных нужны дополнительные исследования на больших данных с применением методов машинного обучения [Xu et al., 2022]. Кстати, МГУА является наиболее ранним методом глубокого обучения, он был использован для обучения восьмислойной нейронной сети еще в 1971 г. [Schmidhuber, 2015].

Пока что исследователю в каждом случае приходится находить «золотую середину» между отбором независимых переменных с минимальной мультиколлинеарностью с одной стороны и между включением в модель наибольшего количества статистически значимых независимых переменных с другой. Поэтому существующее мнение, что математическое моделирование – это искусство применения логики и математики [Налимов, 1971; Мак-Лоун, 1979], остается актуальным, особенно в экологии, где все действующие факторы априорно взаимосвязаны. Так же актуально утверждение известного статистика А.А. Чупрова: «Знание связей, остающихся без истолкования или неверно истолковываемых, часто хуже полного незнания. Недостаточное внимание к этому обстоятельству является одним из злейших статистических преступлений» (цит. по: [Арманд, 1949, с. 92]).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Библиографический список

Арманд Д.Л. Функциональные и корреляционные связи в физической географии // Известия Всесоюзного Географического Общества. 1949. № 1. С. 81-94.

Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М.: Статистика, 1973. 392 с.

Ивахненко А.Г. Самообучающиеся системы распознавания и автоматического управления. Киев: «Техніка», 1969. 391 с.

Ивахненко А.Г. Метод группового учета аргументов в задачах прогнозирования (препринт). Киев: Институт кибернетики, 1977. 24 с.

Лиена И.Я. Динамика древесных запасов: прогнозирование и экология. Рига: Зинатне, 1980. 171 с.

Мак-Лоун Р.Р. Математическое моделирование – искусство применения математики // Математическое моделирование. М., 1979. С. 9-20.

Налимов В.В. Теория эксперимента. М.: Наука, 1971. 208 с.

Репина Е.Г., Цыпин А.П., Зайчикова Н.А., Ширнаева С.Ю. Эконометрика в табличном редакторе MS Excel [Электронный ресурс]: практикум. Самара: Изд-во Самар. гос. экон. ун-та, 2019. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

Третьяков Н.В., Горский П.В., Самойлович Г.Г. Справочник таксатора. Таблицы для таксации леса. М.-Л.: Гослесбумиздат, 1952. 853 с.

Тюрин А.В., Науменко И.М., Воропанов П.В. Лесная вспомогательная книжка. М.: Гослестехиздат, 1945. 405 с.

Усольцев В.А. Рост и структура фитомассы древостоев. Новосибирск: Наука, Сибирское отд-ние, 1988. 253 с.

Усольцев В.А. Фитомасса модельных деревьев для дистанционной и наземной таксации лесов Евразии: электронная база данных: монография. 3-е доп. изд.

Екатеринбург: Ботанический сад УрО РАН, Уральский государственный лесотехнический университет, 2023. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

Усольцев В.А., Канунникова О.В., Платонов И.В. Исследование ошибок при оценке углеродного пула лесов посредством аллометрических моделей // Современные проблемы устойчивого управления лесами, инвентаризации и мониторинга лесов: мат. межд. конф. СПб., 2006. С. 363-370.

Усольцев В.А., Колчин К.В., Норицина Ю.В., Азарёнок М.В., Богословская О.А. Смещения всеобщих видоспецифичных аллометрических моделей при локальной оценке биомассы деревьев сосны, кедра и пихты // Эко-потенциал. 2017. № 2 (18). С. 47-58.

Усольцев В.А., Ковязин В.Ф., Цепордей И.С., Часовских В.П., Азаренко В.А. Биомасса ассимиляционного аппарата лесов Евразии: коррекция методов эмпирического моделирования // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2020. Вып. 232. С. 50-78. DOI: 10.21266/2079-4304.2020.232.50-78.

Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975. 535 с.

Bedre R. Variance Inflation Factor (VIF) // Renesh Bedre's Blog. URL: <https://www.reneshbedre.com/blog/variance-inflation-factor.html> (дата обращения: 19.02.2025)

Chatterjee S., Simonoff J.S. Handbook of regression analysis. N. Y.: Wiley, 2013. 252 p.

Chatterjee S., Hadi A.S., Price B. Regression analysis by example. N. Y.: John Wiley and Sons, 2000. 359 p.

Dutcă I., Mather R., Ioraş F. Tree biomass allometry during the early growth of Norway spruce (*Picea abies*) varies between pure stands and mixtures with European beech (*Fagus sylvatica*) // Canadian Journal of Forest Research. 2018. Vol. 48. P. 77–84. DOI: 10.1139/cjfr-2017-0177.

Dutcă I., McRoberts R.E., Naesset E., Blujdea V. A practical measure for determining if diameter (D) and height (H) should be combined into D^2H in allometric biomass models // Forestry: An International Journal of Forest Research. 2019. Vol. 92, iss. 5. P. 627-634. DOI: 10.1093/forestry/cpz041.

Falster D., Duursma R., Ishihara M., Barneche D.R., FitzJohn R.G., Varhammar A., Aiba M., Ando M., Anten N., Aspinwall M.J., Baltzer J.L., Baraloto C., Battaglia M., Battles J.J., Bond-Lamberty B., van Breugel M., Claveau Y., Dannoura M., Delagrangre S., Domec J.-C., Fatemi F., Feng W., Gargaglione V., Goto Y., Hagihara A., Hall J.S., Hamilton S., Harja D., Hiura T., Holdaway R., Hutley L.S., Ichie T., Jokela E.J., Kantola A., Kelly J.W.G., Kenzo T., King D., Kloeppel B.D., Kohyama T., Komiyama A., Laclau J.-P., Lusk C.H., Maguire D.A., Le Maire G., Makela A., Markesteijn L., Marshall J., McCulloh K., Miyata I., Mokany K., Mori S., Myster R.W., Nagano M., Naidu S.L., Nouvellon Y., O'Grady A.P., O'Hara K.L., Ohtsuka T., Osada N., Osunkoya O.O., Peri P.L., Petritan A.M., Poorter L., Portsmouth A., Potvin C., Ransijn J., Reid D., Ribeiro S.C.,

Roberts S.D., Rodriguez R., Saldana-Acosta A., Santa-Regina I., Sasa K., Galia Selaya N., Sillett S.C., Sterck F., Takagi K., Tange T., Tanouchi H., Tissue D., Umehara T., Vadeboncoeur M.A., Valladares F., Vanninen P., Wang J.R., Wenk E., Williams R., de Aquino Ximenes F., Yatsushi, Yamada T., Yamakura T., Yanai R.D., York R.A. BAAD: a Biomass And Allometry Database for woody plants // *Ecology*. 2015. Vol. 96, iss. 5. Art. no. 1445.

Graham M.H. Confronting multicollinearity in ecological multiple regression // *Ecology*. 2003. Vol. 84. P. 2809–2815. DOI: 10.1890/02-3114.

Jenkins J.C., Chojnacky D.C., Heath L.S., Birdsey R.A. Comprehensive database of diameter-based regressions for North American tree species / USDA Forest Service Northeastern Research Station; General Technical Report NE-319. 2004. 45 p.

Jucker T., Fischer F. J., Chave J., Coomes D.A., Caspersen J., Ali A., Loubota Panzou G.J., Feldpausch T.R., Falster D., Usoltsev V.A., Adu-Bredu S., Alves L.F., Aminpour M., Angoboy I.B., Anten N.P.R., Antin C., Askari Y., Muñoz R., Ayyappan N., Balvanera P., Banin L., Barbier N., Battles J.J., Beeckman H., Bocko Y.E., Bond-Lamberty B., Bongers F., Bowers S., Brade T., van Breugel M., Chanttrain A., Chaudhary R., Dai J., Dalponte M., Dimobe K., Domec J.C., Doucet J.L., Duursma R.A., Enriquez M., van Ewijk K.Y., Farfán-Rios W., Fayolle A., Forni E., Forrester D.I., Gilani H., Godlee J.L., Gourlet-Fleury S., Haeni M., Hall J.S., He J.-K., Hemp A., Hernández-Stefanoni J.L., Higgins S.I., Holdaway R.I., Hussain K., Hutley L.B., Ichie T., Iida Y., Jiang H.-S., Joshi P.R., Kaboli H., Kazempour Larsary M., Kenzo T., Kloeppel B.D., Koyama T., Kunwar S., Kuyah S., Kvasnica J., Lin S., Lines E.R., Liu H., Lorimer C., Loumeto J.-J., Malhi Y., Marshall P.L., Mattsson E., Matula R., Meave J.A., Mensah S., Mi X., Momo S., Moncrieff G.R., Mora F., Nissanka S.P., O'Hara K.L., Pearce S., Pelissier R., Peri P.L., Ploton P., Poorter L., Pour M.J., Pourbabaie H., Dupuy-Rada J.M., Ribeiro S.C., Ryan C., Sanaei A., Sanger J., Schlund M., Sellan G., Shenkin A., Sonké B., Sterck F.J., Svátek M., Takagi K., Trugman A.T., Ullah F., Vadeboncoeur M.A., Valipour A., Vanderwel M.C., Vovides A.G., Wang W., Wang L.-Q., Wirth C., Woods M., Xiang W., de Aquino Ximenes F., Xu Y., Yamada T., Zavala M.A. Tallo – a global tree allometry and crown architecture database // *Global Change Biology*. 2022. Vol. 28. P. 5254-5268. DOI: 10.1111/gcb.16302.

Lin J., Chen D., Yang S., Liao X. Precise aboveground biomass estimation of plantation forest trees using the novel allometric model and UAV-borne LiDAR // *Frontiers in Forests and Global Change*. 2023. Vol. 6. Art. no. 1166349. DOI: 10.3389/ffgc.2023.1166349.

Luo Y., Wang X., Ouyang Z., Lu F., Feng L., Tao J. A review of biomass equations for China's tree species // *Earth System Science Data*. 2020. Vol. 12, iss. 1. P. 21-40. DOI: 10.5194/essd-12-21-2020.

Marcoulides K.M., Raykov T. Evaluation of variance inflation factors in regression models using latent variable modeling methods // *Educational and Psychological Measurement*. 2019. Vol. 79, iss. 5. P. 874-882. DOI: 10.1177/0013164418817803.

Muukkonen P., Mäkipää R. Biomass equations for European trees: Addendum // *Silva Fennica*. 2006. Vol. 40, iss. 4. P. 763–773.

Paré D., Gertner G.Z., Bernier P.Y., Yanai R.D. Quantifying uncertainty in forest measurements and models: approaches and applications // *Canadian Journal of Forest Research*. 2016. Vol. 46. P. 5. DOI: 10.1139/cjfr-2016-0029

Picard N., Saint-André L., Henry M. Manual for building tree volume and biomass allometric equations: from field measurement to prediction. Food and Agricultural Organization of the United Nations, Rome, and Centre de Coopération Internationale en Recherche Agronomique pour le Développement, Montpellier, 2012. 215 p.

Poorter H., Jagodzinski A.M., Ruiz-Peinado R., Kuyah S., Luo Y., Oleksyn J., Usoltsev V.A., Buckley T.N., Reich P.B., Sack L. How does biomass allocation change with size and differ among species? An analysis for 1200 plant species from five continents // *New Phytologist*. 2015. Vol. 208, iss. 3. P. 736–749. DOI: 10.1111/nph.13571.

Sawadogo L., Savadogo P., Tiveau D., Dayamba S.D., Zida D., Nouvellet Y., Oden P.C., Guinko S. Allometric prediction of aboveground biomass of eleven woody tree species in the Sudanian savanna-woodland of West Africa // *Journal of Forestry Research*. 2010. Vol. 21. P. 475–481. DOI: 10.1007/s11676-010-0101-4.

Satoo T. A synthesis of studies by the harvest method: primary production relations in the temperate deciduous forests of Japan // *Ecological Studies: Analysis and synthesis*. N.Y., 1970. Vol. 1. P. 55–72.

Schmidhuber J. Deep learning in neural networks: An overview // *Neural Networks*. 2015. Vol. 61. P. 85–117. DOI: 10.1016/j.neunet.2014.09.003.

Snell O. Die Abhängigkeit des Hirngewichtes von dem Körpergewicht und den geistigen Fähigkeiten // *Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankheiten*. 1892. H. 23. S. 436–446.

Sprugel D.G. Correcting for bias in log-transformed allometric equations // *Ecology*. 1983. Vol. 64. P. 208–210.

Ter-Mikaelian M.T., Korzukhin M.D. Biomass equations for sixty-five North American tree species // *Forest Ecology and Management*. 1997. Vol. 97. P. 1–24. DOI: 10.1016/s0378-1127(97)00019-4.

West G.B., Brown J.H., Enquist B.J. A general model for the origin of allometric scaling laws in biology // *Science*. 1997. Vol. 276. P. 122–126.

West G.B., Brown J.H., Enquist B.J. A general model for the structure and allometry of plant vascular system // *Nature*. 1999. Vol. 400. P. 664–667. DOI: 10.1038/23251.

Xu Q., Lei X., Zhang H. A novel method for approaching the compatibility of tree biomass estimation by multi-task neural networks // *Forest Ecology and Management*. 2022. Vol. 508. Art. no. 120011. DOI: 10.1016/j.foreco.2022.120011.

Zeng W. Developing tree biomass models for eight major tree species in China // *Biomass Volume Estimation and Valorization for Energy*. 2017. Chapter 1. P. 3–21. DOI: 10.5772/65664.

Zianis D., Mencuccini M. On simplifying allometric analyses of forest biomass // *Forest Ecology and Management*. 2004. Vol. 187. P. 311–332. DOI: 10.1016/j.foreco.2003.07.007.

References

Armand D.L. Functional and correlation relations in physical geography. *Proceedings of the All-Union Geographical Society*, 1949, no. 1, pp. 81–94. (In Russ.)

Bedre R. Variance Inflation Factor (VIF) // Renesh Bedre's Blog. URL: <https://www.reneshbedre.com/blog/variance-inflation-factor.html> (accessed February 19, 2025).

Chatterjee S., Simonoff J.S. *Handbook of regression analysis*. New York: Wiley, 2013. 252 p.

Chatterjee S., Hadi A.S., Price B. *Regression analysis by example*. New York: John Wiley and Sons, 2000. 359 p.

Draper N., Smith G. *Applied regression analysis*. Moscow: Statistics, 1973. 392 p. (In Russ.)

Dutcă I., Mather R., Ioraş F. Tree biomass allometry during the early growth of Norway spruce (*Picea abies*) varies between pure stands and mixtures with European beech (*Fagus sylvatica*). *Canadian Journal of Forest Research*, 2018, vol. 48, pp. 77–84. DOI: 10.1139/cjfr-2017-0177.

Dutcă I., McRoberts R.E., Naesset E., Blujdea V. A practical measure for determining if diameter (D) and height (H) should be combined into D^2H in allometric biomass models. *Forestry: An International Journal of Forest Research*, 2019, vol. 92, iss. 5, pp. 627–634. DOI: 10.1093/forestry/cpz041.

Falster D., Duursma R., Ishihara M., Barneche D.R., FitzJohn R.G., Varhammar A., Aiba M., Ando M., Anten N., Aspinwall M.J., Baltzer J.L., Baraloto C., Battaglia M., Battles J.J., Bond-Lamberty B., van Breugel M., Claveau Y., Dannoura M., Delagrangé S., Domec J.-C., Fatemi F., Feng W., Gargaglione V., Goto Y., Hagihara A., Hall J.S., Hamilton S., Harja D., Hiura T., Holdaway R., Hutley L.S., Ichie T., Jokela E.J., Kantola A., Kelly J.W.G., Kenzo T., King D., Kloeppel B.D., Kohyama T., Komiyama A., Laclau J.-P., Lusk C.H., Maguire D.A., Le Maire G., Makela A., Markesteijn L., Marshall J., McCulloh K., Miyata I., Mokany K., Mori S., Myster R.W., Nagano M., Naidu S.L., Nouvellon Y., O'Grady A.P., O'Hara K.L., Ohtsuka T., Osada N., Osunkoya O.O., Peri P.L., Petritan A.M., Poorter L., Portsmouth A., Potvin C., Ransijn J., Reid D., Ribeiro S.C., Roberts S.D., Rodriguez R., Saldana-Acosta A., Santa-Regina I., Sasa K., Galia Selaya N., Sillett S.C., Sterck F., Takagi K., Tange T., Tanouchi H., Tissue D., Umehara T., Vadeboncoeur M.A., Valladares F., Vanninen P., Wang J.R., Wenk E., Williams R., de Aquino Ximenes F., Yatsushi, Yamada T., Yamakura T., Yanai R.D., York R.A. BAAD: a Biomass And Allometry Database for woody plants. *Ecology*, 2015, vol. 96, iss. 5, art. no. 1445.

Graham M.H. Confronting multicollinearity in ecological multiple regression. *Ecology*, 2003, vol. 84, pp. 2809–2815. DOI: 10.1890/02-3114.

Himmelblau D. Applied nonlinear programming. Moscow: Mir, 1975. 535 p. (In Russ.)

Ivakhnenko A.G. Self-learning recognition and automatic control systems. Kiev: Technika, 1969. 391 p. (In Russ.)

Ivakhnenko A.G. Method of group consideration of arguments in forecasting problems. Kiev: Institute of Cybernetics, 1977. 24 p. (In Russ.)

Jenkins J.C., Chojnacky D.C., Heath L.S., Birdsey R.A. Comprehensive database of diameter-based regressions for North American tree species / USDA Forest Service Northeastern Research Station. General Technical Report NE-319. 2004. 45 p.

Jucker T., Fischer F. J., Chave J., Coomes D.A., Caspersen J., Ali A., Loubota Panzou G.J., Feldpausch T.R., Falster D., Usoltsev V.A., Adu-Bredu S., Alves L.F., Aminpour M., Angoboy I.B., Anten N.P.R., Antin C., Askari Y., Muñoz R., Ayyappan N., Balvanera P., Banin L., Barbier N., Battles J.J., Breeckman H., Bocko Y.E., Bond-Lamberty B., Bongers F., Bowers S., Brade T., van Breugel M., Chantrean A., Chaudhary R., Dai J., Dalponte M., Dimobe K., Domec J.C., Doucet J.L., Duursma R.A., Enriquez M., van Ewijk K.Y., Farfán-Rios W., Fayolle A., Forni E., Forrester D.I., Gilani H., Godlee J.L., Gourlet-Fleury S., Haeni M., Hall J.S., He J.-K., Hemp A., Hernández-Stefanoni J.L., Higgins S.I., Holdaway R.I., Hussain K., Hutley L.B., Ichie T., Iida Y., Jiang H.-S., Joshi P.R., Kaboli H., Kazempour Larsary M., Kenzo T., Kloeppel B.D., Kohyama T., Kunwar S., Kuyah S., Kvasnica J., Lin S., Lines E.R., Liu H., Lorimer C., Loumeto J.-J., Malhi Y., Marshall P.L., Mattsson E., Matula R., Meave J.A., Mensah S., Mi X., Momo S., Moncrieff G.R., Mora F., Nissanka S.P., O'Hara K.L., Pearce S., Pelissier R., Peri P.L., Ploton P., Poorter L., Pour M.J., Pournabaei H., Dupuy-Rada J.M., Ribeiro S.C., Ryan C., Sanaei A., Sanger J., Schlund M., Sellan G., Shenkin A., Sonké B., Sterck F.J., Svátek M., Takagi K., Trugman A.T., Ullah F., Vadeboncoeur M.A., Valipour A., Vanderwel M.C., Vovides A.G., Wang W., Wang L.-Q., Wirth C., Woods M., Xiang W., de Aquino Ximenes F., Xu Y., Yamada T., Zavala M.A. Tallo – a global tree allometry and crown architecture database. *Global Change Biology*, 2022, vol. 28, pp. 5254-5268. DOI: 10.1111/gcb.16302.

Liepa I.Ya. Dynamics of wood stocks: forecasting and ecology. Riga: Zinatne, 1980. 171 p. (In Russ.)

Lin J., Chen D., Yang S., Liao X. Precise aboveground biomass estimation of plantation forest trees using the novel allometric model and UAV-borne LiDAR. *Frontiers in Forests and Global Change*, 2023, vol. 6, art. no. 1166349. DOI: 10.3389/ffgc.2023.1166349.

Luo Y., Wang X., Ouyang Z., Lu F., Feng L., Tao J. A review of biomass equations for China's tree species. *Earth System Science Data*, 2020, vol. 12, iss. 1, pp. 21-40. DOI: 10.5194/essd-12-21-2020.

Marcoulides K.M., Raykov T. Evaluation of variance inflation factors in regression models using latent variable modeling methods. *Educational and Psychological Measurement*, 2019, vol. 79, iss. 5, pp. 874-882. DOI: 10.1177/0013164418817803.

McLone R.R. Mathematical modeling – the art of applying mathematics. *Mathematical modeling*. Moscow, 1979, pp. 9-20. (In Russ.)

Muukkonen P., Mäkipää R. Biomass equations for European trees: Addendum. *Silva Fennica*, 2006, vol. 40, iss. 4, pp. 763–773.

Nalimov V.V. Theory of experiment. Moscow: Nauka, 1971. 208 p. (In Russ.)

Paré D., Gertner G.Z., Bernier P.Y., Yanai R.D. Quantifying uncertainty in forest measurements and models: approaches and applications. *Canadian Journal of Forest Research*, 2016, vol. 46, p. 5. DOI: 10.1139/cjfr-2016-0029.

Picard N., Saint-André L., Henry M. Manual for building tree volume and biomass allometric equations: from field measurement to prediction. Food and Agricultural Organization of the United Nations, Rome, and Centre de Coopération Internationale en Recherche Agronomique pour le Développement, Montpellier, 2012. 215 p.

Poorter H., Jagodzinski A.M., Ruiz-Peinado R., Kuyah S., Luo Y., Oleksyn J., Usoltsev V.A., Buckley T.N., Reich P.B., Sack L. How does biomass allocation change with size and differ among species? An analysis for 1200 plant species from five continents. *New Phytologist*, 2015, vol. 208, iss. 3, pp. 736-749. DOI: 10.1111/nph.13571.

Repina E.G., Tsylin A.P., Zaichikova N.A., Shirnaeva S.Yu. Econometrics in the MS Excel tabular editor [Electronic resource]: practicum. Samara; Publishing House of the Samara State University of Economy, 2019. 1 CD-ROM. (In Russ.)

Satou T. A synthesis of studies by the harvest method: primary production relations in the temperate deciduous forests of Japan. *Ecological Studies: Analysis and synthesis*. New York, 1970, vol. 1, pp. 55–72.

Sawadogo L., Savadogo P., Tiveau D., Dayamba S.D., Zida D., Nouvellet Y., Oden P.C., Guinko S. Allometric prediction of aboveground biomass of eleven woody tree species in the Sudanian savanna-woodland of West Africa. *Journal of Forestry Research*, 2010, vol. 21, pp. 475–481. DOI: 10.1007/s11676-010-0101-4.

Schmidhuber J. Deep learning in neural networks: An overview. *Neural Networks*, 2015, vol. 61, pp. 85–117. DOI: 10.1016/j.neunet.2014.09.003.

Snell O. Die Abhängigkeit des Hirngewichtes von dem Körpergewicht und den geistigen Fähigkeiten. *Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankheiten*, 1892, h. 23, ss. 436-446.

Sprugel D.G. Correcting for bias in log-transformed allometric equations. *Ecology*, 1983, vol. 64, pp. 208–210.

Ter-Mikaelian M.T., Korzukhin M.D. Biomass equations for sixty-five North American tree species. *Forest Ecology and Management*, 1997, vol. 97, pp. 1–24. DOI: 10.1016/s0378-1127(97)00019-4.

Tretyakov N.V., Gorsky P.V., Samoilovich G.G. Forest Mensuration Handbook. Tables for forest taxation. Moscow-Leningrad: Goslesbumizdat, 1952. 854 p. (In Russ.)

Tyurin A.V., Naumenko I.M., Voropanov P.V. Forest auxiliary book. Moscow: Goslestekhzdat, 1945. 405 p. (In Russ.)

Usoltsev V.A. Growth and structure of forest biomass. Novosibirsk: Nauka, Siberian Publishing House, 1988. 253 p. (In Russ.)

Usoltsev V.A. Single-tree biomass data for remote sensing and ground measuring of Eurasian forests: digital version. 3rd ed., enl. Yekaterinburg; Botanical Garden of Ural Branch of RAS, 2023. 1 CD-ROM. (In Russ.)

Usoltsev V.A., Kanunnikova O.V., Platonov I.V. Investigation of errors in estimating the carbon pool of forests using allometric models. *Modern problems of sustainable forest management, inventory and monitoring of forests*: mat. of int. conf. St. Petersburg, 2006, pp. 363-370. (In Russ.)

Usoltsev V.A., Kolchin K.V., Noritsina Yu.V., Azarenok M.V., Bogoslovskaya O.A. Biases of generis species-specific allometric models in the local estimating the biomass of pine, cedar and fir trees. *Eco-potential*, 2017, vol. 18, no. 2, pp. 47-58. (In Russ.)

Usoltsev V.A., Kovyazin V.F., Tsepordey I.S., Chasovskikh V.P., Azarenok V.A. Foliage biomass of the forests of Eurasia: correction of empirical modeling methods. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotekhnicheskoy Akademii*, 2020, iss. 232, pp. 50-78. DOI: 10.21266/2079-4304.2020.232.50-78. (In Russ.)

West G.B., Brown J.H., Enquist B.J. A general model for the origin of allometric scaling laws in biology. *Science*, 1997, vol. 276, pp. 122-126.

West G.B., Brown J.H., Enquist B.J. A general model for the structure and allometry of plant vascular system. *Nature*, 1999, vol. 400, pp. 664-667. DOI: 10.1038/23251.

Xu Q., Lei X., Zhang H. A novel method for approaching the compatibility of tree biomass estimation by multi-task neural networks. *Forest Ecology and Management*, 2022, vol. 508, art. no. 120011. DOI: 10.1016/j.foreco.2022.120011.

Zeng W. Developing tree biomass models for eight major tree species in China. *Biomass Volume Estimation and Valorization for Energy*. 2017, chapter 1, pp. 3-21. DOI: 10.5772/65664.

Zianis D., Mencuccini M. On simplifying allometric analyses of forest biomass. *Forest Ecology and Management*, 2004, vol. 187, pp. 311-332. DOI: 10.1016/j.foreco.2003.07.007.

Материал поступил в редакцию 05.03.2025

Усольцев В.А., Часовских В.П. Мультиколлинеарность переменных в евразийской базе данных о фитомассе деревьев и всеобщая аллометрия // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. 2025. Вып. 256. С. 38–60. DOI: 10.21266/2079-4304.2025.256.38–60

В связи с изменением климата лесная фитомасса обретает исключительное экологическое значение планетарного уровня. Для ее оценки необходимы легко реализуемые методы, одним из которых является метод аллометрических моделей. Поскольку фитомасса связана с несколькими дендрометрическими показателями дерева, стали разрабатывать многофакторные аллометрические

модели, однако проверка их на мультиколлинеарность обычно не проводилась, что приводило к их неустойчивости. В работе предпринята попытка на основе наиболее полной на сегодня авторской базы данных о фитомассе деревьев Евразии оптимизировать структуру многофакторной модели фитомассы по условию мультиколлинеарности независимых переменных. Для этого из базы данных для 12 лесообразующих родов отобраны 11170 модельных деревьев с измеренной надземной фитомассой, из которых только у 1514 деревьев была измерена фитомасса корней. Проанализирована мультиколлинеарность возраста дерева, его диаметра ствола и высоты. По результатам расчета коэффициента инфляции дисперсии (VIF) установлено, что при включении названных трех переменных в модель она не является корректной по условию мультиколлинеарности ни для одного из 12 родов. При анализе VIF по двум прогностическим переменным в разных сочетаниях наименьшие значения VIF (< 5) оказались у переменных возраста и диаметра, но лишь для 6 родов, наиболее представленных по количеству измерений. Казалось бы, модель, включающая совокупность именно этих двух переменных с минимальным VIF, является оптимальной по структуре. Однако низкая мультиколлинеарность переменных еще не обеспечивает оптимальности структуры модели. Регрессионный анализ связи фитомассы с названными двумя переменными показал, что возраст в некоторых случаях статистически не значим, а его вклад в объяснение изменчивости фитомассы составил менее 7%. Это означает, что оптимальная структура модели может быть установлена в результате некоего компромисса между низкой мультиколлинеарностью и высоким вкладом переменных в объяснение изменчивости фитомассы. В итоге для 12 родов рассчитаны всеобщие аллометрические модели для оценки надземной, подземной и общей фитомассы лишь по диаметру ствола, которые при локальном использовании могут давать смещения результатов. Вопрос оптимизации структуры модели фитомассы остается, таким образом, открытым, и исследователю в каждом случае приходится находить «золотую середину» между отбором независимых переменных с минимальной мультиколлинеарностью с одной стороны и включением в модель наибольшего количества статистически значимых независимых переменных с другой.

Ключевые слова: лесообразующие роды Евразии, база данных о фитомассе деревьев, мультиколлинеарность независимых переменных, всеобщие модели фитомассы, смещения оценок.

Usoltsev V.A., Chasovskikh V.P. Multicollinearity of variables in the Eurasian tree biomass database and generic allometry. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj Lesotehnikeskoj Akademii*, 2025, iss. 256, pp. 38–60 (in Russian with English summary). DOI: 10.21266/2079-4304.2025.256.38-60

Due to climate change, the forest biomass acquires exceptional ecological significance at the planetary level. To evaluate it, easy-to-implement methods are

needed, one of which is the method of allometric models. Since biomass is related to some dendrometric indices of the tree, multifactorial allometric models began to be developed, however, their verification for multicollinearity was usually not carried out, and the models were often unstable. The paper attempts to optimize the structure of a multifactorial model of biomass under the condition of multicollinearity of independent variables based on the most comprehensive author's database of tree biomass to date. For this purpose, 11,170 model trees with measured aboveground biomass were selected from the database for 12 forest-forming genera, of which only 1,514 trees had their root biomass measured. The multicollinearity of the tree's age, DBH, and height is analyzed. Based on the calculation of the variance inflation coefficient (VIF), it was found that when these three variables being included in the model, give not correct result under the condition of multi-collinearity for 12 genera. When analyzing VIF for two prognostic variables in different combinations, the lowest VIF values (< 5) were found for age and DBH, but only for 6 genera, the most represented by the number of measurements. It would seem that a model that includes a combination of these two variables with a minimum VIF is optimal in its structure. However, the low multicollinearity of variables does not ensure the optimality of the model structure. Regression analysis of the relationship of biomass with these two variables showed that age in some cases is not statistically significant, and its contribution to explaining the biomass variability was less than 7%. This means that the optimal model structure can be established as a result of some compromise between low multicollinearity and high contribution of variables to the explanation of biomass variability. After all, generic allometric models have been calculated to estimate the aboveground, underground, and total biomass by DBH for 12 genera, which, when used locally, can produce biased results. Thus, the issue of optimizing the structure of the biomass model remains open, and in each case the researcher has to find a "golden mean" between selecting independent variables with minimal multicollinearity, on the one hand, and between including the largest number of statistically significant independent variables in the model, on the other.

Keywords: forest-forming genera of Eurasia, database on biomass of trees, multicollinearity of independent variables, generic models of biomass, biases of estimates.

УСОЛЬЦЕВ Владимир Андреевич – профессор кафедры лесной таксации и лесоустройства Уральского государственного лесотехнического университета, доктор сельскохозяйственных наук

620100, ул. Сибирский тракт, д. 37, г. Екатеринбург, Россия;

профессор кафедры информационных технологий и статистики Уральского государственного экономического университета

620144, ул. 8 Марта, д. 62/45, г. Екатеринбург, Россия. E-mail: Usoltsev50@mail.ru

USOLTSEV Vladimir A. – DSc (Agricultural), Professor of the Department of Forest Taxation and Forest Management, Ural State Forest Engineering University.

620100. Sibirskiy Trakt str. 37. Yekaterinburg, Russia;

professor of the Department of Information Technologies and Statistics of the Ural State University of Economics.

620144. 8 Marta str. 62/45. Yekaterinburg, Russia. E-mail: Usoltsev50@mail.ru

ЧАСОВСКИХ Виктор Петрович – профессор кафедры шахматного искусства и компьютерной математики Уральского государственного экономического университета, доктор технических наук, академик Российской академии военных наук.

620144, ул. 8 Марта, д. 62/45, г. Екатеринбург, Россия. E-mail: u2007u@ya.ru

CHASOVSKIY Viktor P. – DSc (Technical), Professor of the Department of Chess Art and Computer Mathematics, Ural State University of Economics, Academician of the Russian Academy of Military Sciences.

620144. 8 Marta str. 62/45. Yekaterinburg, Russia. E-mail: u2007u@ya.ru